

تبدیل: تابع بولی $F(x, y, z) = x + xy'z + x'y'z + z$ را به صورت جمع مinterm ها در آورید.

* ضرب ماکسیم ها:

اگر در هر عبارت حاصل ضرب مجموعه ها، همان تعداد متغیری که در تابع وجود دارد متغیرها یا مکمل های (NOT) آن تعداد وجود داشته باشند آن را ماکسیم می گویند مثلاً عبارت Y یک عبارت ماکسیم است که در آن:

$$Y = (\bar{A} + B + \bar{C})(A + \bar{B} + \bar{C})(A + \bar{B} + C)$$

معرفه یک عبارت ماکسیم را می توان بصورت زیر نیز نشان داد

$$Y = \prod m (m_1, m_2, m_5) \Rightarrow Y = \prod m (1, 2, 5)$$

که می ایم (توسعه مinterm)

« جدول هست خردی ماکسیم Y »

شماره سطر جدول	مinterm ها			خردی Y
	A	B	C	
0	0	0	0	1
1	0	0	1	1
2	0	1	0	1
3	0	1	1	1
4	1	0	0	1
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

1 → $A + \bar{B} + C$
1 → $A + \bar{B} + \bar{C}$
1 → $\bar{A} + B + \bar{C}$



1) تبدیل تابع بصورت جملات OR شده

2) یا در هر حد تابع تمام مقصدها وجود دارند

فرم استاندارد فاکتور کردن تابع

3) OR کردن جمله بدون مقصدها یا (x, x') (تغییر x در جمله نباشد)

4) حذف جملات اضافی

(مثال)

تابع بول $F = xy + x'z$ را بصورت ضرب فاکتور نشان دهید

حل: ابتدا تابع را با استفاده از اصل توزیع دیگری، جملات OR شده

$F = xy + x'z = (xy + x')(xy + z)$ تبدیل می کنیم

$= (x+x')(y+x')(x+z)(y+z) \Rightarrow (x'+y)(x+z)(y+z)$

* تابع سه مقصد دارد: x, y, z. هر جمله OR فاقد یک مقصد است، بنابراین

1) $x'+y = x'+y + zz' \Rightarrow (x'+y+z)(x'+y+z')$

2) $x+z = x+z + yy' \Rightarrow (x+y+z)(x+y'+z)$

3) $y+z = y+z + xx' \Rightarrow (x+y+z)(x'+y+z)$

با ترکیب همه جملات و حذف تکراری ها خواهیم داشت



ابعاد مثال

$$F = (x+y+z)(x+y'+z)(x'+y+z)(x'+y+z')$$

$$\Rightarrow M_0 M_2 M_4 M_5$$

$$F(x,y,z) = \pi(0, 2, 4, 5)$$

فصل نسبی:

ساده سازی توابع با استفاده از نقشه کارنو

اساس کار نقشه کارنو بر مبنای فاکتورگیری و حذف متغیرها برای ساده تر

شدن مدار منطقی است

* ویژگی های نقشه کارنو:

الف) هر خانه آن مربوط به یک حالت ورودی یا عبارات دیگر یک جمله از تابع

استاندارد بول است

ب) در دو خانه مجاور در جهت افقی یا عمودی همواره دو جمله ای قرار میگیرند

که فقط در یک متغیر با هم اختلاف دارند



		y	
		0	1
x	0	$x'y'$	xy
	1	xy'	xy

m_0	m_1
m_2	m_3

* نسبتاً ۴۰٪ بانو دو متغیره

(ب)

(الف)

نسبتاً دو متغیره در شکل (الف) نشان داده شده است. در این نسبتاً چهار متغیره برای دو

متغیره وجود دارد از این رو نسبتاً مشکل از چهار متغیره است که هر یک متعلق به یک متغیره

می باشد نسبتاً (ب) برای نمایش ارتباط بین مربعات و دو متغیره x و y دوباره رسم

شده است 0 و 1 موجود در هر سطری و ستون مقدار متغیره را نشان می دهند متغیره x

در سطر 0 نرم دار و در سطر 1 بدون نرم است

* نسبتاً ۴۰٪ بانو سه متغیره : برای سه متغیره نسبتاً وجود دارد بنابراین

		yz			
		00	01	11	10
x	0	$x'y'z'$	$x'yz'$	$xy'z'$	xyz'
	1	$x'y'z$	$x'yz$	$xy'z$	xyz

		yz			
		00	01	11	10
x	0	m_0	m_1	m_3	m_2
	1	m_4	m_5	m_7	m_6

نسبتاً از هشت متغیره تشکیل یافته است.

مثال) تابع بولی زیر را ساده کنید.

$$F(x, y, z) = \sum(2, 3, 4, 5)$$

		y			
		00	01	11	10
x	0			1	1
	1	1	1		



مثال تابع بولی زیر را ساده کنید

$$F(x, y, z) = \sum (1, 2, 5, 6)$$

	yz	00	01	11	10
x	0		1		1
	1		1		1

yz

$y'z'$

$$F = yz' + y'z$$

مثال تابع بولی زیر را ساده کنید

$$F(x, y, z) = \sum (3, 4, 6, 7)$$

	yz	00	01	11	10
x	0			1	
	1	1		1	1

yz

xz'

$$F = yz + xz'$$

در این شکل چهار مربع با 1 علامت خودمانند

که در تمام متعلق با یک متغیر است در مربع هموار در ستون سوم با هم ترکیب شده اند تا جمل

در ستون yz را با وجود آنکه در مربع باقیمانده نیز مجاورند و در نمودار با هم مربعها حضور

شده اند این دو مربع هم ترکیب شوند جمله در ستونی xz' را بوجود می آورند



مثال (تابع بول، ترمولوگ ده کنید.

$$F = \bar{A}C + \bar{A}B + A\bar{B}C + BC$$

الف) آن را به مجموع مinterm ها نشان دهید

	BC			
	00	01	11	10
A				
0		1	1	1
1		1	1	

C

ب) سپس عبارات مجموع حاصل ضرب

$\bar{A}B$

حاصل را پیدا کنید

$$F = \bar{A}C(B + \bar{B}) + \bar{A}B(C + \bar{C}) + A\bar{B}C + BC(A + \bar{A})$$

$$\bar{A}BC + \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + ABC + \bar{A}BC$$

* جملات اضافی را حذف کنید

$$F = \bar{A}BC + \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}C + ABC$$

تابع را طبق نقشه به سادگی

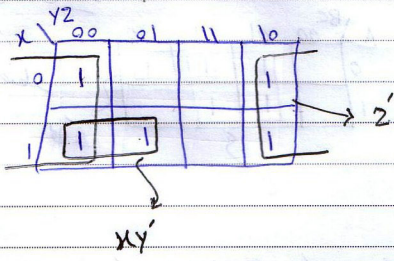
بالا ساده می کنیم

$$F = C + \bar{A}B$$



مثال تابع بول زیر را ساده کنید

$$F(x, y, z) = \sum (0, 2, 4, 5, 6)$$



$$F = z' + xy$$

باتوجه به نقشه تابع F ابتدا چهار مربع مجاور در اولین دو آخرین ستون را با هم ترکیب می کنیم تا جمله تک

لیست ال 2 بدست آید. تنها مینترم باقی مانده که متعلق به مینترم 5 است با مربع مجاورش که قبلاً کار بسته ترکیب می کردند. این کار تنها مجاز است بلکه ضمیمه نیز می باشد زیرا دو مربع مجاور جمله دو لیست ال 2 را تولید می کنند در حالی که یک مربع تنها جمله سه

لیست ال 2 را نمایش می دهد.



* نقش چهار متغیره: نقشه توالی بول چهار متغیره در زیر نشان داده شده است در شکل

(الف) 16 جمله پیشیم فهرست شده و هر یک مربعی مشخص داده شده است و در شکل (ب)

نقشه دوباره رسم شده تا بیانگر ارتباط بین چهار متغیره باشد سطرها و ستون ها بر اساس کد شماره

کداری شده اند و بین هر دو سطر یا ستون مجاور تنها یک رقم تغییر یافته استیم متعلق به مجموع

از ترکیب شماره سطر و شماره ستون آن پوست می آید

	y_2				
wx		00	01	11	10
00		$w'x'y'z'$	$w'x'y'z$	$w'x'yz'$	$w'x'yz$
01		$w'xy'z'$	$w'xyz'$	$w'xyz$	$wxyz'$
11		$wxy'z'$	$wxyz'$	$wxyz$	$wxyz$
10		$wxy'z$	$wxyz$	$wxyz$	$wxyz$

m_0	m_1	m_3	m_2
m_4	m_5	m_7	m_6
m_{12}	m_{13}	m_{15}	m_{14}
m_8	m_9	m_{11}	m_{10}

(ب)

(الف)

ساده کردن توالی بول چهار متغیره مشابه با روشی بکار رفته برای توالی سه متغیره می باشد

ریخت مجاور و مجای هستند که در کنار یکدیگرند به علاوه نقشه در سطحی واقع است و لبه های

بالا و پایین و چپ و راست آن نیز مجاور است تا به این ترتیب ریخت همجوار

را بسازند مثلا m_0 و m_2 و نیز m_{11} و m_3 هر کدام ریخت مجاور را می سازند



مثال) تابع بول زیر را ساده کنید

$$F(w, x, y, z) = \sum(0, 1, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 12, 13, 14)$$

حل) چون تابع چهار متغیره دارد باید از نقشه چهار متغیره 16 خانهای ($2^4 = 16$) استفاده کرد

متغیرهای لیست شده در مجموع فوق با یکدیگر در نقشه زیر علامت زده شده اند هست 1 مجاور

همانطور که ترکیب شده و جمله تک لیترالی را راستی دهند سه 1 با هم اند در سمت راست نمی توانند

با هم ترکیب و جمله ساده ای بدهند آنها باید بصورت دوما چهار مربع مجاور با هم ترکیب شوند

هر چند تعداد مربعات ترکیب شده بیشتر باشد تعداد لیترالی ها در جمله کمتر خواهد بود.

yz \ wx	00	01	11	10
00	1	1		1
01	1	1		1
11	1	1		1
10	1	1		1

$w'z'$ →
 xz →
 y' ←

$$F(w, x, y, z) = y' + w'z' + xz$$





Subject:

Year:

Month:

Day:

سوال) تابع زیر را ساده کنید.

$$F = \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}C\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}D + \bar{A}B\bar{C}D + \bar{A}B\bar{C}D + \bar{A}B\bar{C}D + \bar{A}B\bar{C}D$$

AB \ CD	00	01	11	10	
00	1			1	→ $\bar{A}\bar{B}\bar{D}$
01		1			
11	1	1		1	→ $AB\bar{D}$
10		1	1		

\swarrow $B\bar{C}\bar{D}$ \downarrow $A\bar{B}\bar{D}$

$$F = \bar{A}\bar{B}\bar{D} + AB\bar{D} + A\bar{B}\bar{D} + B\bar{C}\bar{D}$$

نتیجه: تابع زیر را ساده کنید.

$$F = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}$$

* نقشه 40- پنج صغیره

A=0

BC	DE			
	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

A=1

BC	DE			
	00	01	11	10
00	16	17	19	18
01	20	21	23	22
11	28	29	31	30
10	24	25	27	26

یک نقشه پنج صغیره ، 32 مربع و نقشه شش صغیره ، 64 مربع

نیاز دارد. وقتی تعداد صغیره ها زیاد شود، تعداد مربعات هم به طور بی رویه ای

افزایش می یابند

نقشه پنج صغیره بالا از دو نقشه چهار صغیره با صغیره های A ، B ، C ، D ، E

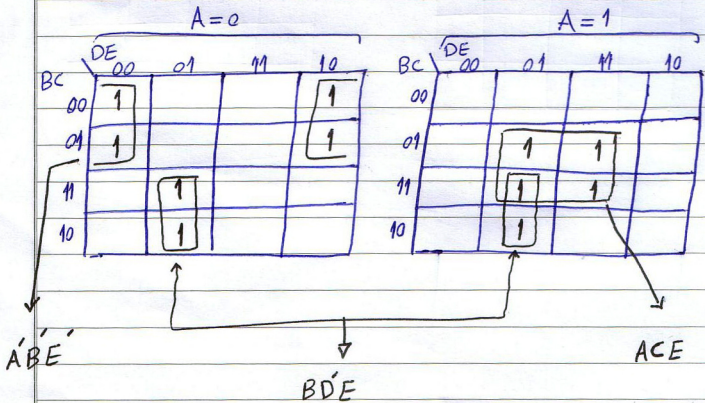
شکل یافته و صغیره A آن دور از هم تقطیل کرده است نقشه چهار

صغیره است چپ 16 مربعی داشته است و دهد که در آن A=0 است و دیگر

نقشه چهار صغیره که مربعات مربوط به A=1 را نشان می دهد

مثال تابع بول: زیر را ساده کنید

$$F(A, B, C, D, E) = (0, 2, 4, 6, 9, 13, 21, 23, 25, 29, 31)$$



$$F(A, B, C, D, E) = \overline{A}BE' + BDE + ACE$$

لیست های منطقی

AND



F = xy

x	y	F
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

OR



F = x + y

x	y	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

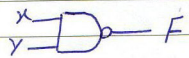
Invertor



F = x'

x	F
0	1
1	0

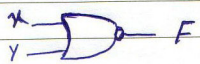
NAND



F = (xy)'

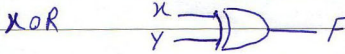
x	y	F
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

NOR



F = (x + y)'

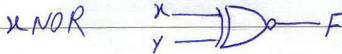
x	y	F
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0



$$F = xy' + x'y$$

$$= x \oplus y$$

x	y	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0



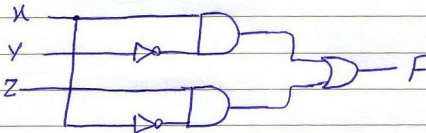
$$F = xy + x'y'$$

$$= (x \oplus y)'$$

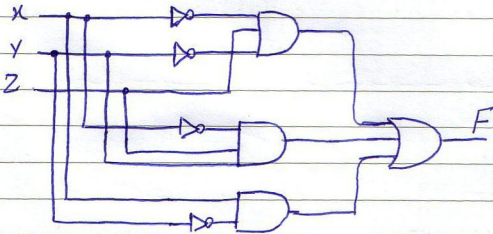
x	y	F
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

مثال) تابع زیر را بر حسب \overline{xy} و $x'y$ منطقی رسم کنید.

$$F = xy' + x'z$$

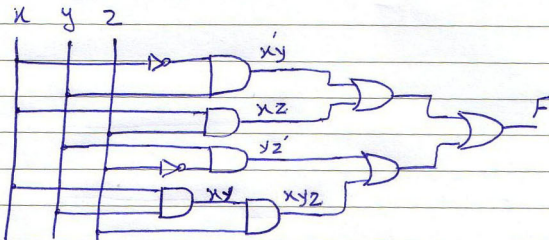


$$F = x'y'z + x'yz + xy'$$



قال: تابع زیر را بر حسب لیستها \bar{x} و \bar{y} و \bar{z} رسم کنید.

$$F = x'y + xz + yz' + xy'z$$



* با دو ساری با لیت NAND

« NAND عملت منطقی با لیت با »

Inverter $x \rightarrow x'$

AND $x, y \rightarrow (xy) \rightarrow \overline{(xy)} = x'y$

OR $x, y \rightarrow (x'y)' = x+y$

AND-invert $x, y, z \rightarrow (xyz)'$

OR-invert $x, y, z \rightarrow x'+y'+z' = (xyz)'$

بیا به سازی دو سطحی

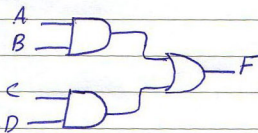
$$F = AB + CD$$

برای پیاده سازی تابع بول با کمترین تعداد درخت

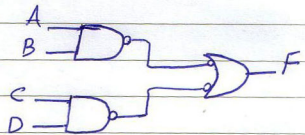
NAND، تابع باید با فرم جمع حاصل ضرب ها باشد برای درستی ارتباط بین عبارت جمع

حاصل ضرب ها و معادل NAND آن ها، نمودارهای منطقی شکل های زیر توجه

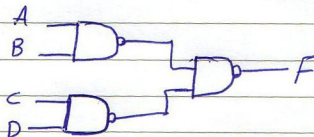
کنند هر سه نمودار معادل بوده و تابع بالا را پیاده می نمایند



(الف)



(ب)



(ج)

26.

Subject:

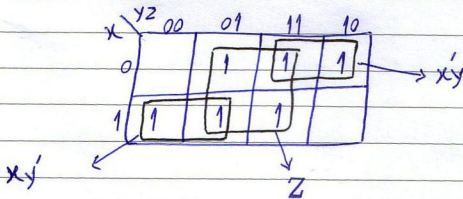
Year:

Month:

Day:

مسئله) تابع بول زیر را با گیت های NAND پیاده کنید

$$F(x, y, z) = (1, 2, 3, 4, 5, 7)$$



$$F = xy' + x'y + z$$

