**دانشگاه فنی و حرفه ای**

**دانشگاه فنی و حرفه ای خراسان شمالی**

**آموزشکده فنی و حرفه ای پسران شیروان**

برنامه درسی جلسه سوم: درس ماشین های الکتریکی مخصوص (کارشناسی برق)

موضوع: بررسی عملکرد موتور القایی و تئوری میدان گردان در موتور القایی سه فاز

گردآورنده: مسعود قاضی پور

برنامه درسی جلسه چهارم ریعنم

موضوع: تحلیل موتور القایی دوفاز در شرایط متعادل و نامتعادل و رسم مدار معادل آن

گردآورنده: مسعود قاضی پور

اسفند ۱۳۹۸

یادآوری:

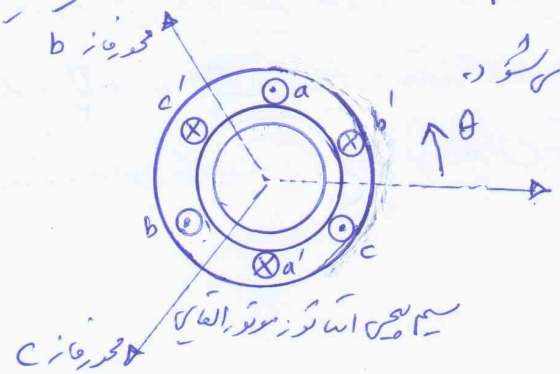
بررسی عملکرد موتور القایی

نحوه تولید گشتاور در روتور:

فرض کنید در اطراف روتور آهنرباهای گردان قرار گرفته است. با چرخش آهنرباهای روتور یک میدان مغناطیسی را می‌بینند. این میدان مغناطیسی هادی‌ها را قطع می‌کند، براساس قوانین الکترومغناطیسی ولتاژی در آن‌ها القا می‌کند. از آنجا که هادی‌های روتور توسط حلقه‌های انتهایی به یکدیگر اتصال کوتاه شده‌اند جریانی در میله‌ها برقرار می‌شود. طبق قانون لنز جهت جریان جاری شده به گونه‌ای است که با عامل بوجود آورنده‌اش مخالفت می‌کند. این عامل همان تغییر فوران (شار) به علت چرخش آهنربا است. لذا باید اختلاف سرعت ایجاد شده بین میدان و میله‌های روتور صفر شود. به همین علت به هادی‌های روتور گشتاوری وارد می‌شود که همین گشتاور باعث چرخش روتور می‌شود.

تئوری میدان گردان در موتور القایی سه فاز:

اساس عملکرد موتور القایی مبتنی بر وجود میدان گردان است. حال درباره نحوه تولید میدان گردان بحث می‌کنیم. ابتدا ساختمان موتور القایی سه فاز را در نظر می‌گیریم که سیم‌پیچی‌های استاتور آن به صورت متمرکز سیم‌پیچی شده‌اند و فرض بر آن است که سیم‌پیچی‌های فازهای مختلف با یکدیگر ۱۲۰° درجه اختلاف فاز مکانی دارند همانطور که در شکل زیر دیده می‌شود.




فرضهای لازم در این زمینه به شرح زیر است:

۱- روتور و استاتور از ماده مغناطیسی ایده‌آل ساخته شده‌اند ( $\mu \to \infty$ )

$\mu \to \infty$ ← به عبارت دیگر ← جریان مغناطیس کنندگی لازم ماشین با هسته ایده‌آل صفر است ← آمپر دور مورد نیاز تولید شار مورد نظر در هسته صفر می‌شود

۲- خطوط شار در فاصله هوایی بین استاتور و روتور به شکل شعاعی هستند. (به خاطر فاصله هوایی کوچک (در حدود ۱ میلی‌متر تا ۲ میلی‌متر) می‌توان فرض کرد که خطوط شار در فاصله هوایی به صورت شعاعی از استاتور به روتور و برعکس می‌گذرد.

۳- اندازه میدان مغناطیسی در فاصله هوایی ثابت است.

حال با استفاده از قانون مداری آمپر شدت میدان مغناطیسی فاصله هوایی ناشی از هرکدام از فازها را جداگانه بدست می‌آوریم:

وقتی جریان از سیم‌پیچ فاز a عبور می‌کند یک میدان مغناطیسی حول آن ایجاد می‌کند حال می‌توان برای مسیری حول فاز a رابطه زیر را نوشت:

$$\oint \bar{H}.d\bar{L} = \sum N.i \qquad (1-1)$$

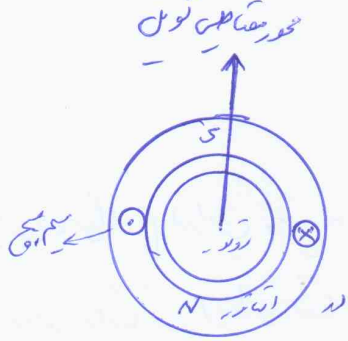
با توجه به فرض‌های ذکر شده در بالا، شدت میدان درون روتور و استاتور خیلی کوچک و نزدیک به صفر است و فقط در فاصله هوایی میدان مغناطیسی وجود خواهد داشت. اگر مسیر عبور شار در فاصله هوایی را شعاعی و اندازه آن را ثابت در نظر بگیریم، در رابطه (۱.۱) ضرب نقطه‌ای به ضرب معمولی تبدیل می‌شود:

$$H \oint dL = N.i_a \qquad (2-1)$$

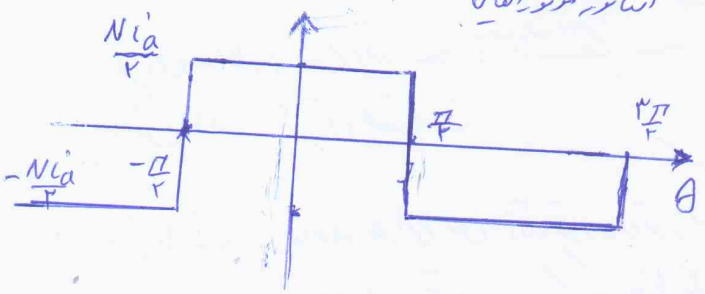
$$H(2g) = N.i_a \Rightarrow H = \frac{N i_a}{2g} \qquad (3-1)$$

طول
$g$: فاصله هوایی

همانطور که در شکل زیر می‌بینید خطوط شار مغناطیسی در فاصله هوایی $-\frac{\pi}{2}$ تا $\frac{\pi}{2}$ از روتور به کدام استاتور می‌رود و در فاصله $\frac{\pi}{2}+$ تا $\frac{3\pi}{2}$ از استاتور به روتور می‌رود. قابل توجه است که این نوسانات در محدوده فاز a بیان شده است. به این ترتیب توزیع مکانی میدان مغناطیسی در فاصله هوایی مربعی است:




شکل ۲.۱ نحوه توزیع شار در میدان در استاتور موتور القایی




شکل ۳.۱ شکل موج نیروی محرکه مغناطیسی

$$H = \frac{N.I'_a}{2g} \qquad (۴-۱)$$

همانطوریکه در شکل ۱-۳ دیده می‌شود شکل موج نیروی محرکهٔ مقاطعی نیز به صورت مربعی البته با دامنه متفاوت است.

$$F = \frac{N.I'_a}{2} \qquad (۵-۱)$$

اکنون با استفاده از سری فوریه می‌توان شکل موج مربعی نیروی محرکهٔ مقاطعی را به تعدادی مؤلفهٔ سینوسی به صورت زیر تجزیه کرد:

$$F = F_1.\cos\theta + F_3\cos 3\theta + F_5\cos 5\theta + \cdots \qquad (۶-۱)$$

همانطوریکه در رابطه (۱-۶) دیده می‌شود، به دلیل تقارن شکل موج نیروی محرکهٔ مقاطعی، مؤلفه‌های زوج در این بسط وجود ندارد و فقط هارمونیکهای فرد شاهد می‌شود. همانطوریکه هارمونیک‌های مضرب ۳ در تولید گشتاور هیچ نقشی ندارند، می‌توان از آن‌ها صرفنظر نمود. در نتیجه غیر از مؤلفه اصلی، هارمونیک‌های فرد به جز هارمونیک‌های مضرب ۳ وجود دارد که اولین مؤلفه بعد از مؤلفه اصلی، هارمونیک پنجم است. اما از آنجایی که در عمل سیم‌پیچ‌های استاتور غیر متمرکز هستند و نحوهٔ توزیع مکانی آن‌ها به گونه‌ایست که هارمونیک‌های مراتب بالاتر تضعیف می‌گردند، بنابراین قابل قبولی می‌توان از این هارمونیک‌ها صرفنظر کرد و فقط مؤلفه اصلی را در نظر گرفت.

$$F = \frac{4}{\pi}\cdot\frac{N}{2g}\cdot I'_a.\cos\theta = K.I'_a.\cos\theta \qquad (۷-۱)$$

بنابراین توزیع نیروی محرکهٔ مقناطیسی برای سیم‌پیچ فاز a، یک توزیع سینوسی به صورت زیر است.

$$F_a = K.I'_a.\cos\theta \qquad (۸-۱)$$

با توجه به اختلاف ۱۲۰ درجه‌ای محور فازها از یکدیگر، برای نیروی محرکهٔ مقناطیسی فازهای b و c خواهیم داشت:

$$F_b = K.I'_b.\cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \qquad (۹-۱)$$

$$F_c = K.I'_c.\cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \qquad (۱۰-۱)$$

با فرض داشتن یک سیستم سه فاز متعادل :

$$i_a = I_m \cos \omega t \qquad (۱۱-۱)$$

$$i_b = I_m \cos(\omega t - \frac{۲\pi}{۳}) \qquad (۱۲-۱)$$

$$i_c = I_m \cos(\omega t + \frac{۲\pi}{۳}) \qquad (۱۳-۱)$$

حل نیروی محرکهٔ مقناطیسی که در یک فاصله هوایی وجود دارد (نیروی محرکهٔ مقناطیسی منتجه) به صورت زیر می‌باشد :

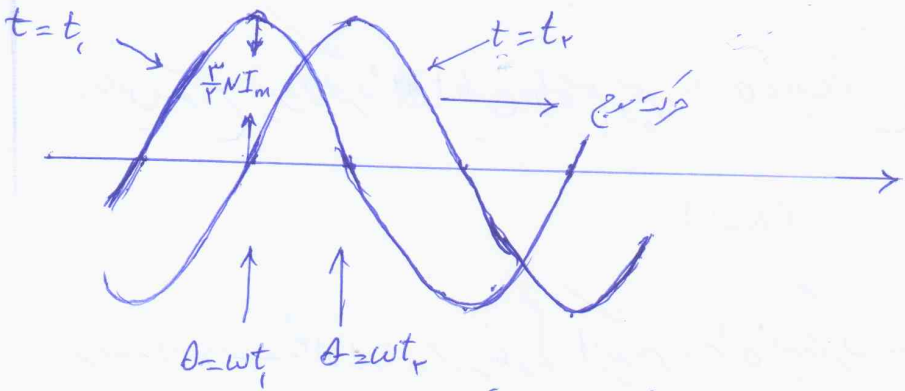
$$F = F_a + F_b + F_c \qquad (۱۴-۱)$$

بنابراین :

$$F = K I_m \cos\theta \cdot \cos\omega t + \cos(\theta - \frac{۲\pi}{۳}) \cos(\omega t - \frac{۲\pi}{۳}) + \cos(\theta + \frac{۲\pi}{۳}) \cos(\omega t + \frac{۲\pi}{۳}) \qquad (۱۵-۱)$$

با استفاده از روابط مثلثاتی ، در نهایت رابطهٔ نیروی محرکهٔ مقناطیسی منتجه ناشی از سه فاز در یک فاصله هوایی به صورت زیر در می‌آید :

$$F = \frac{۳}{۲} K I_m \cos(\theta - \omega t) \qquad (۱۶-۱)$$




شکل ۱-۴ نیروی محرکهٔ مقناطیسی برحسب θ در حالت سه فاز

از رابطهٔ (۱-۱۶) معلوم می‌شود :

در لحظهٔ $t_1$ نیروی محرکهٔ مقناطیسی منتجه دارای توزیع سینوسی در طول فاصله هوایی است و یک آن در $\theta = \omega t_1$ رخ می‌دهد . در لحظهٔ $t_2$ $(t_2 > t_1)$ نیروی محرکهٔ مقناطیسی منتجه همچنان دارای توزیع سینوسی است و یک آن در

$\theta = \omega t_2$ رخ می‌دهد. شکل ۳.۱ نیروی محرکهٔ مقاطعی را در حالت سه فازش نشان می‌دهد.

در نتیجه موج نیروی محرکهٔ مقاطعی در فاصله هوایی به میزان $\omega(t_2 - t_1)$ حرکت کرده است. بنابراین مشاهده می‌شود که نیروی محرکهٔ مقاطعی منتجه در فاصله هوایی، برداری است با اندازهٔ ثابت که با سرعت زاویه‌ای $\omega = 2\pi f$ می‌چرخد. برداری که مذکور که به میدان گردان معروف است، در واقع همان آهنربای گردانی است که در ابتدای بخش برای توجیه عملکرد موتور القایی از آن استفاده کردیم.

فصل ۲:

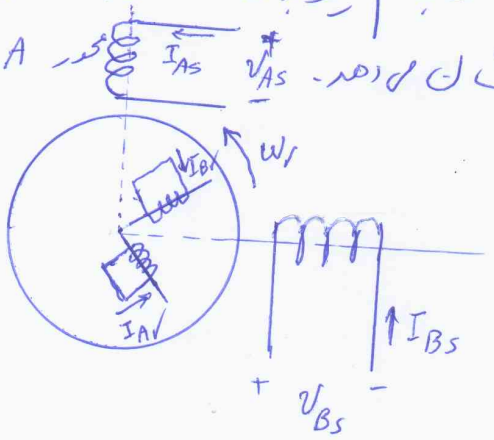
موتور کی القایی دوفاز:

۱.۲ مقدمه:

در فصل قبل موتور کی القایی سه فاز مورد بررسی قرار گرفت و در این فصل به موتور کی القایی دوفاز می پردازیم. موتور کی القایی دوفاز شامل دو سیم پیچی پرروی استاتور است که محور مغناطیسی آن ها از نظر مکانی باید دیگر ۹۰ درجه اختلاف فاز دارند. در شرایط متعادل این سیم پیچی ها با ولتاژ کی متعادل تغذیه می شوند. در شرایط متعادل تحلیل این موتور کی مانند تحلیل موتور القایی سه فاز در حالت متعادل است. درصورتی که ولتاژ تغذیه نامتعادل باشد، تحلیل موتور با استفاده از مؤلفه کی متقارن صورت می گیرد. در این فصل موتور القایی دوفاز را در شرایط متعادل و نامتعادل بررسی می کنیم که مقدمه ای برای تحلیل موتور کی تک فاز که معمولاً به صورت دوفاز نامتعادل راه اندازی می شوند در فصل بعد خواهد بود.

۲.۲ ساختمان و ساختار موتور القایی دوفاز:

موتور القایی دوفاز مانند سایر موتور کی الکتریکی شامل استاتور و روتور می باشد استاتور خود شامل هسته مغناطیسی است که دو سیم پیچی عمود بر هم روی آن قرار گرفته است. روتور این موتور القایی معمولاً از نوع قفس سنجابی است. درصورتی که روتور از نوع سیم پیچی شده باشد، دو سیم پیچی عمود بر هم نیز بر روی آن قرار خواهد گرفت.




شکل ۱.۲ ساختار موتور القایی دوفاز را نشان می دهد.

شکل ۱.۲ ساختار موتور القایی دوفاز سیم پیچی شده.

۳.۲ نحوه عملکرد موتور القایی دوفاز:

۱.۳.۲ بررسی MMF در موتور کی دوفاز:

در فصل قبل دیدیم که اگر جریانی مانند $i_a$ از سیم پیچی فاز a عبور کند، توزیع MMF (نیروی محرکه مغناطیسی) تولید شده

توسط این جریان در فاصله هوایی را می‌توان به طور تقریبی یک توزیع سینوسی با دامنه‌ای به حداکثر زیر در نظر گرفت:

$$F_a = K.i_a.\cos\theta \qquad (۱-۲)$$

به طور مشابه اثر یک جریان $i_a$ از سیم پیچی b عبور کند، MMF مربوط به فاز b به صورت زیر خواهد بود

$$F_b = K.i_b.\cos\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) \qquad (۲-۲)$$

اگر جریان فازهای a و b دارای دامنه‌ی برابر و اختلاف فازی برابر با $\frac{\pi}{2}$ (متعادل) داشته باشند:

$$i_a = I_m \cos\omega t$$
$$i_b = I_m \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \qquad (۳-۲)$$

پس آمپر دور مجموع موتور برابر است با:

$$F = F_a + F_b + F_c = K I_m \left[\cos\theta.\cos\omega t + \sin\theta.\sin\omega t\right] = k I_m \cos(\theta - \omega t) \qquad (۴-۲)$$

همانطور که از رابطه (۴.۲) ملاحظه می‌شود، رابطه به دست آمده برای توزیع MMF این موتور همانند رابطه بدست آمده برای موتور القایی سه فاز است، که تنها تفاوت آن با سیستم سه فاز در ضریب آن می‌باشد. بنابراین در موتور القایی دو فاز نیز یک میدان گردان به وجود می‌آید، باعث ایجاد گشتاور در موتور می‌شود.

می‌توان ثابت کرد که در حالت کلی در یک موتور القایی m فاز که با سیستم متعادل m فاز تغذیه می‌شود، رابطه MMF منتجه به صورت زیر است:

$$F = \frac{m}{2}.K.I_m \cos(\theta - \omega t) \qquad (۵-۲)$$

همانطور که از رابطه (۵.۲) دیده می‌شود، در حالت تغذیه متعادل دارای میدان دوار خواهیم بود. اما اگر به هر دلیلی تغذیه موتور دو فاز نامتعادل باشد، در این حالت علاوه بر میدان گردان در جهت جلو برد، میدان گردانی در جهت عقب گرد نیز ایجاد می‌شود که میدان مذکور (عقب گرد) نه تنها در ایجاد گشتاور مفیدی نقش ایفا نمی‌کند، بلکه به صورت گشتاور ترمزی عمل می‌کند.

پس می‌توان گفت در حالت تغذیه نامتعادل موتور، کارایی و بازده موتور کاملاً تحت تاثیر نامتعادلی و میزان آن قرار می‌گیرد. برای اینکه این موضوع با استفاده از روابط ریاضی نشان داده شود، فرض کنید که

هریانهای استاتور موتور دوفازمتعادل بصورت زیر باشند.

$$i_a = I_m \cos \omega t$$
$$i_b = I_m \cos(\omega t - \alpha) \qquad (۶-۲)$$

پس روابط MMF بصورت زیر خواهدبود.

$$F_a = K I_m \cos\theta \cdot \cos\omega t = \frac{1}{2} K I_m \cdot \left[\cos(\theta - \omega t) + \cos(\theta - \omega t)\right] \qquad (۷-۲)$$

و

$$F_b = K \cdot I_m \cdot \cos(\omega t - \alpha) \cdot \cos(\theta - \frac{\pi}{2}) \qquad (۸-۲)$$

باستفاده از روابط مثلثاتی داریم:

$$F_b = K I_m \cdot \left[\sin\theta \cdot \cos\alpha \cdot \cos\omega t + \sin\theta \cdot \sin\alpha \cdot \sin\omega t\right] \qquad (۹-۲)$$

$$F_b = \frac{1}{2} K I_m \cdot \left\{\cos\alpha \left[\sin(\theta - \omega t) + \sin(\theta + \omega t)\right] + \sin\alpha \cdot \left[\cos(\theta - \omega t) - \cos(\theta + \omega t)\right]\right\} \qquad (۱۰-۲)$$

$$F = F_a + F_b \qquad (۱۱-۲)$$

$$F = \frac{1}{2} K \cdot I_m \cdot \left[(1 + \sin\alpha)\cos(\theta - \omega t) + (1 - \sin\alpha) \cdot \cos(\theta + \omega t) + \cos\alpha \cdot \sin(\theta - \omega t) + \cos\alpha \cdot \sin(\theta + \omega t)\right] \qquad (۱۲-۲)$$

ودرنهایت MMF منتج درحالت تغذیه نامتعادل بصورت زیرخواهدبود.

$$F = \frac{1}{2} K \cdot I_m \left[a_{f_1} \cdot \cos(\theta - \omega t) + a_{b_1} \cos(\theta + \omega t) + a_{f_2} \sin(\theta - \omega t) + a_{b_2} \cdot \sin(\theta + \omega t)\right] \qquad (۱۳-۲)$$

طبق رابطه (۱۳.۲) ملاحظه می شود زمانی که مقدار $\alpha$ برابر $\frac{\pi}{2}$ باشد، به رابطه (۵.۲) که در شرایط متعادل است می رسیم. با انحراف مقدار $\alpha$ از $\frac{\pi}{2}$ یا عبارت دیگر افزایش نامتعادلی ضریب قدرت عقب رونده و نیروی محرکه افزایش خواهد یافت که نشان دهنده تاثیر نامتعادلی روی میدان موتور و درنتیجه تاثیر نامتعادلی روی عملکرد موتور است.

۲.۳.۲ تحلیل موتور القایی در شرایط متعادل:

در یک چنین موتوری، در سیم پیچ کاملاً مشابه‌اند و با هم ۹۰ درجه الکتریکی اختلاف فاز معانی دارند. به علاوه دو سیم پیچ با دو ولتاژ سینوسی با دامنه‌ای یکسان و اختلاف فاز ۹۰ درجه زمانی تغذیه می‌شوند. در این حالت یک میدان گردان با دامنه ثابت و خاصیت هوایی به وجود می‌آید.

نکته: با توجه به روابط بیان شده در قسمت قبل، برای موتور القایی دوفاز در شرایط متعادل همان مدار معادل یک فاز مربوط به موتور سه فاز صادق است.

فقط باید به دو نکته توجه کرد اول اینکه در این مبحث ولتاژ فازی مطرح است و نه بحث سه فاز ولتاژ خطی مفهومی ندارد. نکته دیگر اینکه ضرایب $\frac{1}{2}$ که در بحث موتور سه فاز مطرح بود، در این جا به علت دو فاز بودن موتور به $\frac{1}{2}$ تبدیل می‌شود. مثلاً گشتاور کل $\frac{1}{2}$ برابر گشتاور حاصل از مدار معادل تک فاز است.

۳.۳.۲ کارکرد موتور القایی دوفاز در شرایط نامتعادل:

در تحلیل بخش فوق فرض بر آن بود که تغذیه موتور متعادل باشد، اما در عمل در بسیاری از موانع تغذیه موتور متعادل نیست. البته معمولاً نامتعادلی در سیستم تغذیه ناچیز و لذا قابل صرف نظر کردن است. اما گاهی نیز میزان نامتعادلی قابل توجه است و از آنجایی که تغذیه نامتعادل روی کار موتور را کاملاً تحت تأثیر قرار می‌دهد، لازم است تا نحوه تحلیل موتور در این شرایط بررسی شود. ضمن آنکه در کاربردهای خاص (تغییر سرعت موتورهای AC) شرایط تغذیه را خود به گونه‌ای تنظیم می‌کنیم که موتور به ناچار در شرایط نامتعادلی کار کند. روشی که برای تحلیل سیستم‌های نامتعادل به کار می‌رود، استفاده از روش مؤلفه‌های متقارن است. در قسمت بعد به بررسی روش مؤلفه‌های متقارن در یک سیستم دوفاز می‌پردازیم:

۱.۳.۳.۲ روش مؤلفه‌های متقارن در سیستم دوفاز

مؤلفه‌های مستقیم و معکوس در یک شبکه دوفاز:

فرض کنید یک شبکه دوفاز با ولتاژهای $V_m$ تا و $V_a$ تا به دو سیم پیچ یک موتور دوفاز متعادل اعمال شده. این شبکه دوفاز نامتعادل می‌تواند به صورت مجموع دو شبکه یکی با توالی مستقیم (مثبت) و دیگری با توالی معکوس

(منفی) تجزیه شود. برای بدست آوردن ولتاژهای این شبکه، در رابطه زیر را در نظر می‌گیریم:

$$\bar{V}_m = \bar{V}_{mf} + \bar{V}_{mb}$$
$$\bar{V}_a = \bar{V}_{af} + \bar{V}_{ab} \qquad (۱۴-۲)$$

که در آن هریک از ولتاژهای $\bar{V}_m$ و $\bar{V}_a$ به دو مؤلفه f و b تجزیه شده‌اند. بدون پیش شرط در مورد چگونگی تجزیه، هریک از ولتاژها را می‌توان به بی‌نهایت شکل مختلف به دو مؤلفه تقسیم کرد. امّا می‌توان در جهت ساده‌سازی تحلیل، تجزیه را با اعمال شرایط از پیش تعیین شده‌ای انجام داد. شرایط مزبور به قرار زیر است:

$$\bar{V}_{af} = j\bar{V}_{mf}$$
$$\bar{V}_{ab} = -j\bar{V}_{mb} \qquad (۱۵-۲)$$

(با صدق تحقق این شرایط، ولتاژهای اعمالی به دو سیم‌پیچ موتور به دو زوج ولتاژ ($\bar{V}_{ab}$ , $\bar{V}_{mb}$) و ($\bar{V}_{af}$ , $\bar{V}_{mf}$) تجزیه شده‌اند که هر زوج یک شبکه ولتاژ دوفاز متعادل را تشکیل می‌دهد، با این تفاوت که در زوج اول (مؤلفه معکوس) ولتاژ $\bar{V}_{ab}$، $90^\circ$ عقب‌تر از $\bar{V}_{mb}$ است، در حالیکه در زوج دوم، $\bar{V}_{af}$ به همان اندازه ($90^\circ$) جلوتر از $\bar{V}_{mf}$ است. در این شرایط با فرض خطی بودن مدار الکتریکی و مغناطیسی موتور می‌توان از اصل جمع آثار استفاده کرد و رفتار موتور را تحت تأثیر ولتاژ دوفاز سینوسی نامتعادل به کمک مؤلفه‌های مستقیم و معکوس بررسی کرد. سپس می‌توان مقادیر جریان هر فاز، گشتاور تولید شده و هر متغیر دیگر موتور را در حالت کلی و یا بهره‌گیری از تشابه‌های موتورهای متعادل محاسبه نمود.

از ترکیب روابط (۱۴.۲) و (۱۵.۲)، مقادیر مؤلفه‌های f و b ولتاژ $\bar{V}_m$ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

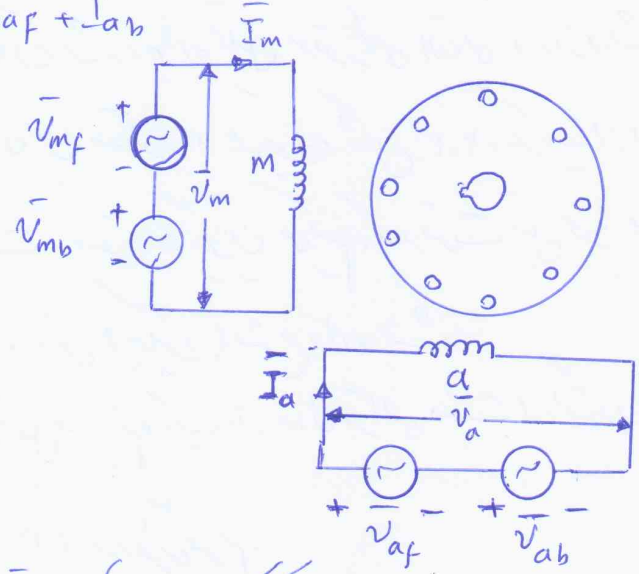
$$\bar{V}_{mf} = \frac{1}{2}(\bar{V}_m - j\bar{V}_a)$$
$$\bar{V}_{mb} = \frac{1}{2}(\bar{V}_m + j\bar{V}_a) \qquad (۱۶-۲)$$

تمرین: مؤلفه‌های f و b ولتاژ $\bar{V}_a$ را با جایگذاری رابطه (۲.۱۶) در رابطه (۲.۱۵) بدست آورید؟

برای استفاده از مزایای ساده سازی مؤلفه‌های متقارن در تحلیل موتور، لازم است علاوه بر ولتاژ، مؤلفه‌های متناظر جریان‌ها نیز معرفی شوند. از بکارگیری رابطه (۲.۱۴)، از دیدگاه الکتریکی یک موتور دوفاز تغذیه شده با ولتاژهای $\bar{V}_m$ و $\bar{V}_a$ تفاوتی نمی‌کند مطابق شکل (۲.۲) ولتاژ اعمال شده به هر یک از فازها را می‌توان حاصل سری شده دو منبع ولتاژ مجزا از هم تصور کرد.

طبق اصل جمع آثار، جریان‌های $\bar{I}_m$ و $\bar{I}_a$ نیز از مجموع جریان‌های حاصل از اعمال مؤلفه‌های f و b سیم‌پیچ‌های موتور حاصل می‌شود در نتیجه

$$\bar{I}_m = \bar{I}_{mf} + \bar{I}_{mb}$$
$$\bar{I}_a = \bar{I}_{af} + \bar{I}_{ab} \qquad (۱۷-۲)$$




شکل ۲.۲: تجزیه یک تغذیه دوفاز نامتقارن به دو سیستم متقارن به کمک مؤلفه‌های مستقیم و معکوس

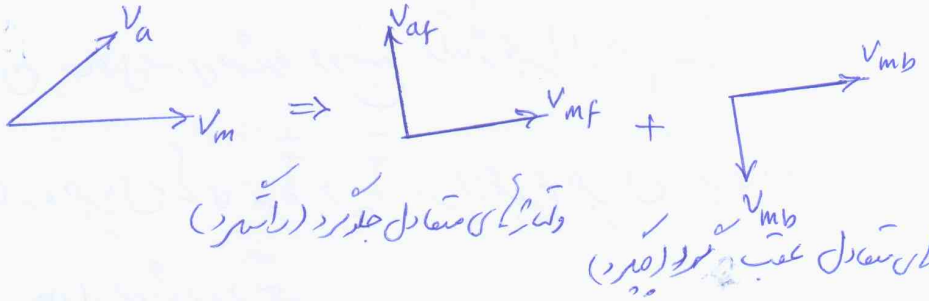
در این روابط $\bar{I}_{mf}$ و $\bar{I}_{af}$ به ترتیب جریان‌های تولید شده از فازهای m و a هستند که در اثر اعمال ولتاژ دوفاز متعادل $\bar{V}_{mf}$ و $\bar{V}_{af}$ بر روی امپدانس موتور در مقابل مؤلفه f (یعنی $Z_f$) بدست آمده‌اند.

به طریق مشابه روابط بالا را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\bar{V}_{mf} + \bar{V}_{mb} = \bar{V}_m$$
$$\bar{V}_{af} + \bar{V}_{ab} = \bar{V}_a \qquad (۱۷-۳)$$

$$jV_{mf} - jV_{mb} = V_a \qquad (۱۸-۲)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ j & -j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{mf} \\ V_{mb} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_m \\ V_a \end{bmatrix} \quad , \quad \begin{bmatrix} V_{mf} \\ V_{mb} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -j \\ 1 & j \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_m \\ V_a \end{bmatrix} \qquad (۱۹-۲)$$




ولتاژهای متعادل جلوبرد (راستگرد)

ولتاژهای متعادل عقب‌برد (چپگرد)

۲.۳.۳.۲ تحلیل موتورهای القایی دوفاز در شرایط نامتعادل.

همانطور که بیان شد، برای تحلیل موتورهای القایی دوفاز در شرایط نامتعادل، از روش مؤلفه‌های متقارن استفاده می‌شود. برای این منظور، همچون شکل ۲.۲، هریک از دو ولتاژ $\bar{V}_m$ و $\bar{V}_a$ را با دو منبع ولتاژ مربوطه، توالی مثبت و منفی جایگزین می‌کنیم، که در قسمت قبل نحوهٔ محاسبهٔ هریک از این منابع ولتاژ توالی مثبت (راستگرد) و منفی (چپگرد) شرح داده شد.

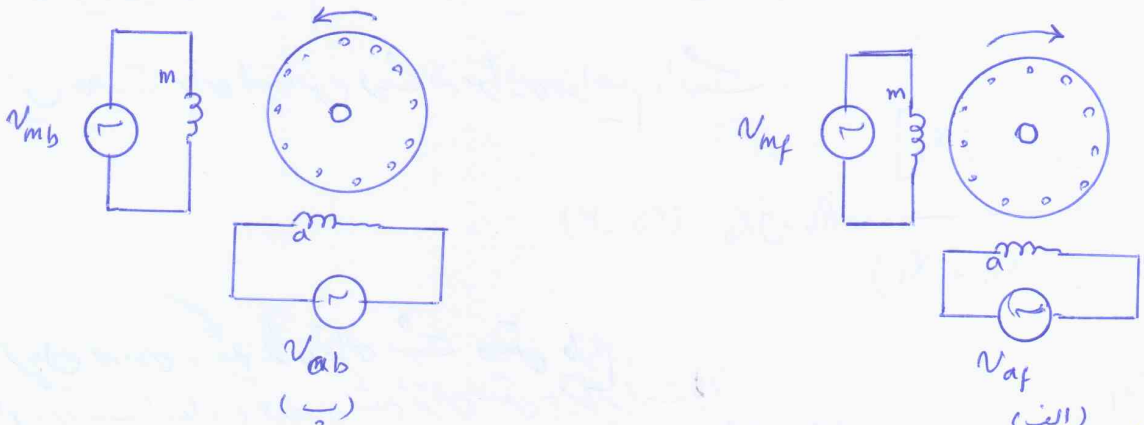
حال برای تحلیل سیستم، یک بار مدل توالی مثبت (راستگرد) و بار دیگر مدل توالی منفی (چپگرد) را به صورت شکل (۳.۲) در نظر می‌گیریم.

هریک از این (دو مدل)، یک سیستم دوفاز متعادل است و بنابراین مدار معادل تک فاز آنها مثل مدار معادل تک فاز یک موتور سه فاز با تغذیهٔ متعادل است با این تفاوت که در سیستم عقب‌گرد جهت چرخش میدان دوار خلاف جهت میدان دوار در سیستم جلوبرد است و بنابراین مقدار لغزش در سیستم متفاوت است. با فرض چرخش روتور در جهت جلوبرد، روابط لغزش در سیستم جلوبرد و عقب‌گرد به صورت زیر به دست می‌آید.

$$S_F = \frac{n_s - n_r}{n_s} \qquad (۲۰-۲)$$

$$S_b = \frac{n_s - (-n_r)}{n_s} = \frac{n_s + n_r}{n_s} = \frac{2n_s - (n_s - n_r)}{n_s} = 2 - \frac{n_s - n_r}{n_s} = 2 - S_f$$

$$S_b = 2 - S_f \qquad (۲۱-۲)$$



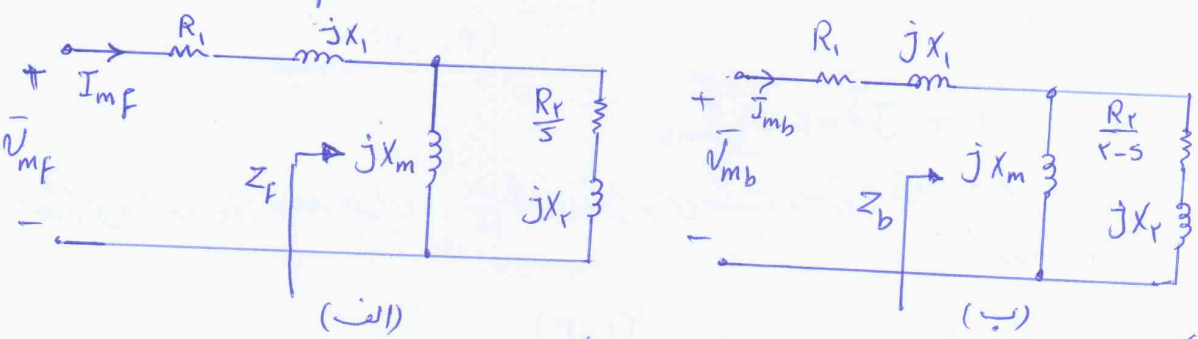

شکل ۳.۲ جداسازی توان مثبت و منفی و اعمال به موتور

شکل ۴.۲ (الف) سیستم جلوبرد موتور و شکل ۳.۲ (ب) سیستم عقب‌برد آن را نشان می‌دهد با توجه به مطالب ذکر شده در بالا مدار معادل فاز m در سیستم جلوبرد شبیه مدار معادل یک فاز سیستم سه فاز مطابق شکل (۴.۲) است. در این مدار داریم:

$$Z_f = \frac{jX_m\left[\frac{R_2}{s} + jX_2\right]}{\left(\frac{R_2}{s}\right) + j(X_m + X_2)} = R_f + jX_f \qquad (۲۲-۲)$$

که $Z_f$ در حقیقت امپدانس روشنه موازی در شکل (۳.۲) الف است. امپدانس ورودی مدار معادل یک فاز m در سیستم را بدست می‌آید:

$$Z_{inputf} = Z_1 + Z_f \qquad (۲۳-۲)$$




شکل ۴.۲ مدار معادل در دو حالت جلوبرد و عقب‌برد

که در آن $Z_1$ امپدانس هوادار استاتور است:

$$Z_1 = R_1 + jX_1 \qquad (۲۴-۲)$$

شکل ۲-۴ (ب) مدار معادل فاز $m$ در سیستم عقب‌گرد را نشان می‌دهد و مشخص است که برای بدست آوردن مدار معادل یک فاز سیستم عقب‌گرد، باید در مدار معادل موتور سه فاز، $S$ (لغزش) به $(2-S)$ تبدیل شود. در این حالت برای امپدانس روتور خواهیم داشت:

$$Z_b = \frac{jX_m\left[\left(\frac{R_2}{2-S}\right) + jX_2\right]}{\left(\frac{R_2}{2-S}\right) + j(X_m + X_2)} = R_b + jX_b \qquad (۲۵-۲)$$

بنابراین ترتیب امپدانس ورودی شبکه توالی مثبت برابر است با:

$$Z_{input_b} = Z_1 + Z_b \qquad (۲۶-۲)$$

در مورد جریان ورودی به شبکه‌های توالی مثبت و منفی داریم:

$$\bar{I}_{mf} = \frac{\bar{V}_{mf}}{Z_{input_f}} \qquad (۲۷-۲)$$

$$\bar{I}_{mb} = \frac{\bar{V}_{mb}}{Z_{input_b}} \qquad (۲۸-۲)$$

$$\begin{cases} \bar{I}_{af} = j\bar{I}_{mf} \\ \bar{I}_{ab} = -j\bar{I}_{mb} \end{cases} \qquad (۲۹-۲)$$

$$\begin{cases} \bar{I}_m = \bar{I}_{mf} + \bar{I}_{mb} \\ \bar{I}_a = \bar{I}_{af} + \bar{I}_{ab} = j\bar{I}_{mf} - j\bar{I}_{mb} \end{cases} \qquad (۳۰-۲)$$

رابطه توان عبوری از فاصله هوایی در سیستم ای دو فاز، توان مثبت و منفی به قرار زیر خواهد بود.

$$\begin{cases} P_g^+ = P_{gf} = 2R_f |\bar{I}_{mf}|^2 \\ P_g^- = P_{gb} = 2R_b |\bar{I}_{mb}|^2 \end{cases} \qquad (۳۱-۲)$$

در رابطه (۲-۳۱) $R_f$ و $R_b$ به ترتیب قسمت‌های حقیقی $Z_f$ و $Z_b$ هستند. از این به بعد تحلیل مشابه موتور کلاف قفس سنجابی است.

$$\begin{cases} P_m^+ = P_{int_f} = (1-s) P_{gF} \\ P_m^- = P_{int_b} = (s-1) P_{gb} \end{cases} \qquad (۲-۳۲)$$

$$P_m = P_{int_F} + P_{int_b} = (1-s) P_{gF} + (s-1) P_{gb} = (1-s)(P_{gF} - P_{gb}) \qquad (۲-۳۳)$$

در نتیجه توان خروجی از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$P_{out} = P_m - P_{rot} - P_{core} \qquad (۲-۳۴)$$

$P_{rot}$ و $P_{core}$ به ترتیب تلفات چرخش و هسته ماشین است که به نام تلفات ثابت معروف است. به همین ترتیب گشتاور خروجی برابر است با:

$$T_{out} = \frac{P_{out}}{\omega_r} \qquad (۲-۳۵)$$

که در آن:

$$\omega_r = \omega_s (1-s) \qquad (۲-۳۶)$$

و در نهایت راندمان ماشین به صورت زیر است:

$$\eta\% = \frac{P_{out}}{P_{in}} \times 100 \qquad (۲-۳۷)$$

---

مثال: مدار معادل یک موتور القایی قفس سنجابی دوفاز چهارقطبی ۴kW، ۲۲۰V، ۶۰Hz عبارتند از:

$r_1 = 0.534\ \Omega$ ، $X_1 = 1.45\ \Omega$ ، $X_m = 70.1\ \Omega$ ، $r_2 = 0.456\ \Omega$ ، $X_2 = 2.96\ \Omega$

(مقادیر برحسب $\Omega$/ph می‌باشند)

این موتور از یک منبع دوفاز نامتقارن با ولتاژهای $220\angle 0°$ و $210\angle 80°$ ولت تغذیه می‌شود. برای لغزش ۵٪ مقادیر زیر را پیدا کنید.

الف- مؤلفه مستقیم و معکوس ولتاژهای اعمال شده

ب- مؤلفه‌های مستقیم و معکوس جریان فازهای استاتور

ج- مقادیر مؤثر جریان فازها

د- توان مکانیکی داخلی

حل:

الف - با توجه به داده‌های مسئله می‌توان فرض کرد:

$$\bar{V}_m = 220\angle 0^\circ \quad , \quad \bar{V}_a = 210\angle -80^\circ = 36.4 + j207$$

از معادلات (۲-۱۶) مؤلفه‌های مستقیم و معکوس ولتاژ به صورت زیر بدست می‌آیند:

$$\bar{V}_{mf} = \frac{1}{2}(\bar{V}_m - j\bar{V}_a) = 218.5 - j18.2 = 219.25\angle -4.8^\circ \text{ V}$$

$$\bar{V}_{mb} = \frac{1}{2}(\bar{V}_m + j\bar{V}_a) = 11.5 + j18.2 = 21.5\angle 57.7^\circ \text{ V}$$

ب - برای لغزش ۰.۵ امپدانس موتور در مقابل مؤلفه مستقیم برابر است با مجموع $Z_F = 14.64 + j7.15\ \Omega$ و $r_1 + jX_1 = 0.534 + j2.45$ یعنی:

$$Z_F = \frac{jX_m\left[\frac{R_2}{s} + jX_2\right]}{\frac{R_2}{s} + j(X_m + X_2)} = \frac{j7.01\left[\frac{0.984}{0.05} + j2.94\right]}{\frac{0.984}{0.05} + j(7.01 + 2.94)} = 0.534 + j2.45$$

$$\Rightarrow R_F \quad X_F$$

$$Z_{input_f} = Z_1 + Z_F = 0.534 + j2.45 + 14.64 + j7.15 = 14.99 + j9.9 = 19.5\angle 29.4^\circ$$

بنابراین مؤلفه مستقیم جریان استاتور برابر است با:

$$\bar{I}_{mf} = \frac{\bar{V}_{mf}}{Z_{input_f}} = \frac{219.25\angle -4.8^\circ}{19.5\angle 29.4^\circ} = 11.24\angle -34.2^\circ \text{ (A)}$$

برای همان لغزش، امپدانس موتور در مقابل مؤلفه معکوس عبارت است از مجموع $Z_b = 0.451 + j2.84\ \Omega$ و $r_1 + jX_1 = 0.534 + j2.45$ یعنی:

$$Z_b = \frac{jX_m\left[\left(\frac{R_2}{2-s}\right) + jX_2\right]}{\frac{R_2}{2-s} + j(X_m + X_2)} = \frac{j7.01\left[\frac{0.984}{2-0.05} + 2.94\right]}{\frac{0.984}{2-0.05} + j(7.01 + 2.94)} = 0.451 + j2.84\ \Omega$$

$$Z_{input_b} = Z_1 + Z_b = 0.534 + j2.45 + 0.451 + j2.84 = 0.985 + j5.29 = 5.38\angle 79.5^\circ\ \Omega$$

بنابراین مؤلفه معکوس جریان استاتور هم برابر است با:

$$\bar{I}_{mb} = \frac{\bar{V}_{mb}}{Z_{input_b}} = \frac{21.5\angle 57.7^\circ}{5.38\angle 79.5^\circ} = 4\angle -22^\circ \text{ (A)}$$

ج - با استفاده از معادلات (۲-۱۷)، جریان فاز کل برابر است با:

$$\bar{I}_m = \bar{I}_{mf} + \bar{I}_{mb} = 11,24 \angle -24^\circ + 4 \angle 22^\circ = 15,2 \angle -31^\circ \ (A)$$

$$\bar{I}_a = \bar{I}_{af} + \bar{I}_{ab} = j\bar{I}_{mf} - j\bar{I}_{mb} = 4,81 + j5,42 = 7,4 \angle 49,2^\circ$$

توجه کنید که عدم تقارن جریان فازی بسیار بیشتر از عدم تقارن متعادل‌سازی دلتا-ستاره‌ای اعمال شده است. ضمناً باید توجه داشت که ولتاژ اعمال شده روی محور موتور بیشتر از حد مجاز آن نیست ولی مؤلفه پادسو معکوس ماشین‌های سه‌فاز کامل می‌شود و همین است موتور ۳ فاز را طوری تحت اضافه بار قرار دهد و سیم‌پیچ‌های استاتور را بیش از حد متعارف گرم کند.

د - توان تحویلی به مؤلفه مستقیم به سیم‌پیچ دو فاز استاتور عبارت است از:

$$P_{gf} = 2R_f |I_{mf}|^2 = 2(14,44)(11,24)^2 = 4175 \ W$$

توان تحویلی به مؤلفه معکوس برابر است با:

$$P_{gb} = 2R_b |I_{mb}|^2 = 2(2401)(4)^2 = 15^W$$

بنابراین توان مکانیکی داخلی توسعه‌یافته عبارت است از:

$$P_m = (1-S)(P_{gf} - P_{gb}) = (1-0.05)(4175 - 15) = 3980 \ W$$

---

تمرین: یک ماشین دو فاز با دلتا-ستاره‌ای $V_m = 110 \angle 30^\circ$ و $V_a = 100 \angle 90^\circ$، مقادیر ماشین به قرار زیر است.

$R_1 = R_2 = 2\Omega$

$X_1 = X_2 = 1,5\Omega$ $\quad P = 6$ $\quad n_r = 1440 rpm$

$X_f = X_m = 15\Omega$ $\quad f = 50 Hz$ $\quad P_{rot} = 10^W$

مطلوبست توان ورودی، توان خروجی، جریان فاز m و a و ولتاژ و خروجی؟