مراجع

- 1- ”نظريه سيستمهاي انرژي الكتريكي“ تاليف الگرد ترجمه مهندس طباطبائي
- 2- ”بررسي سيستمهاي مدرن انرژي الكتريكي“ تاليف نگرس ترجمه مهرداد عابدي
- 3- ”مباني سيستمهاي قدرت الكتريكي“ تاليف استيونسن ترجمه هاي مختلف دارد
- 4- ”تحليل سيستم قدرت“ تاليف برگن
- 5- ”سيستمهاي قدرت الكتريكي“ تاليف احد كاظمي
- 6- ”سيستمهاي قدرت الكتريكي“ تاليف هادي سعادت
- ...

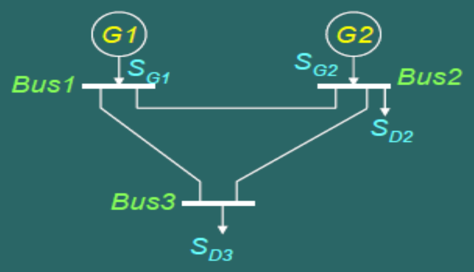
فصل اول: مطالعه پخش بار

- سيستم قدرت: تعدادي باس (شين) كه توسط خطوط انتقال به هم متصل اند.
- ژنراتورها توان را به باسها وارد مي كنند.
- بارها توان را از باسها خارج مي كنند.
- پخش بار يعني حل سيستم قدرت در حالت پايدار

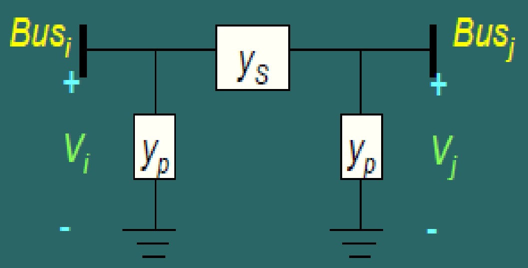
مدلسازي سيستم قدرت:

دیاگرام تک خطي یک سیستم قدرت:

بعنوان مثال دیاگرام یک سیستم قدرت سه باسه:

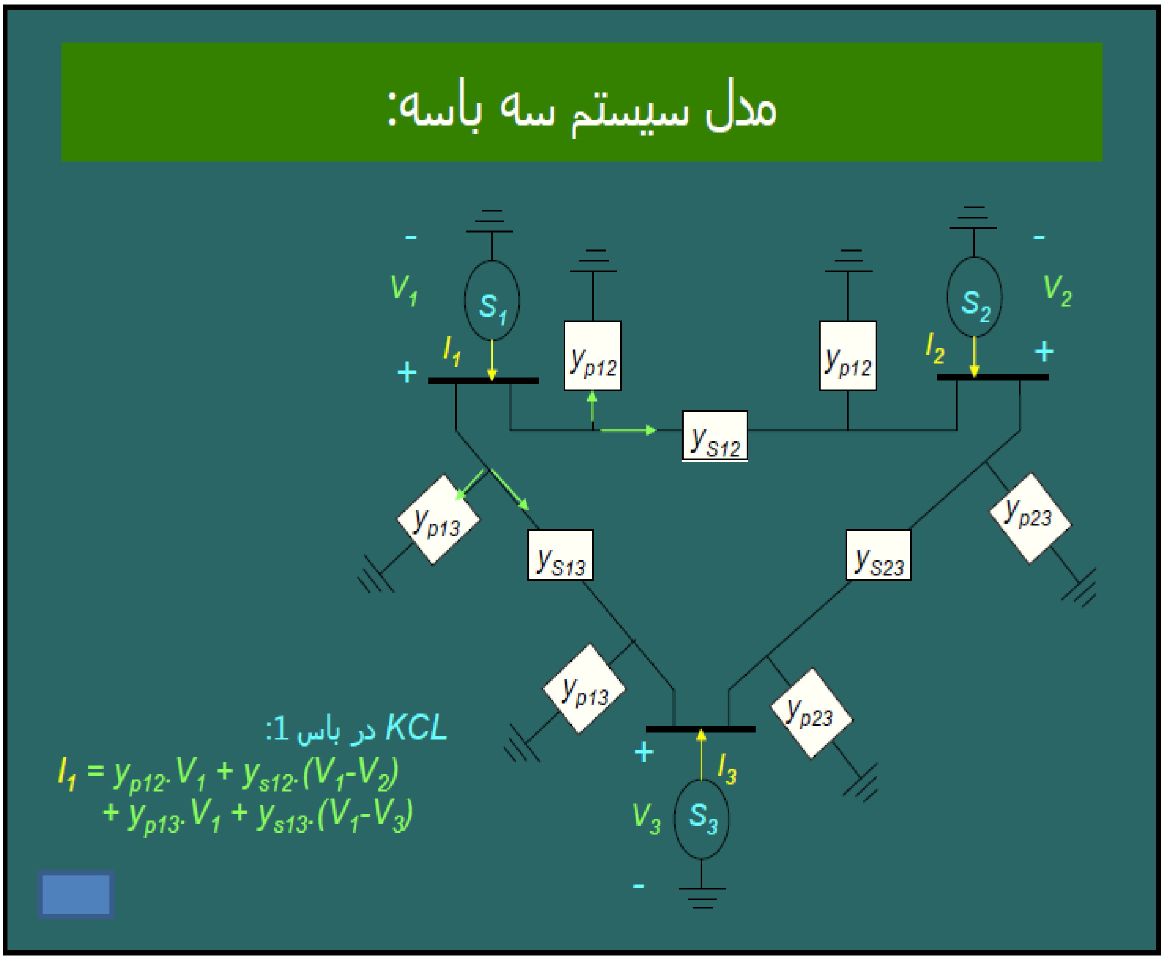


مدل خط انتقال:

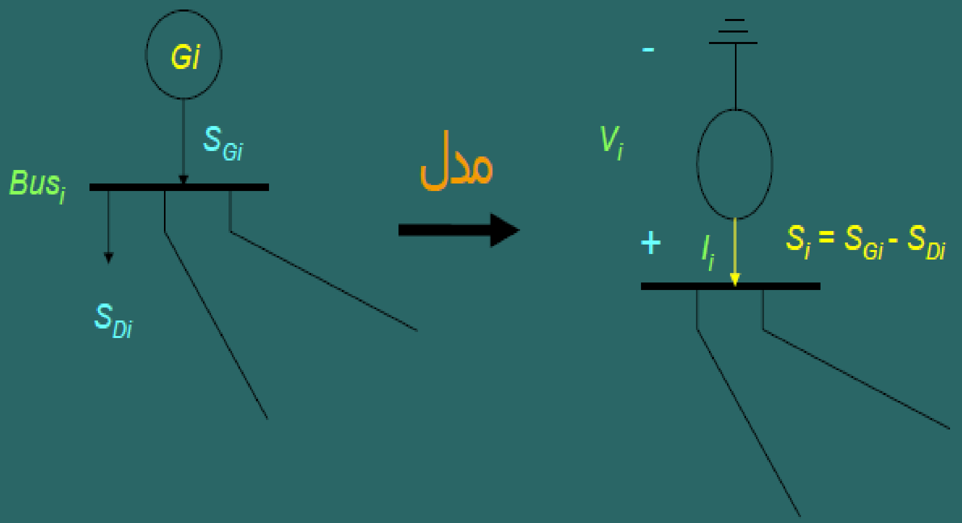


$$y_s = \frac{1}{Z_{Sij}}$$

$$y_p = \frac{y_{pij}}{2}$$


مدل سیستم سه باسه:
V_1
S_1
I_1
y_{p12}
y_{S12}
y_{p12}
I_2
S_2
V_2
y_{p13}
y_{S13}
y_{S23}
y_{p23}
y_{p13}
y_{p23}
I_3
V_3
S_3
KCL در باس 1:
$I_1 = y_{p12} \cdot V_1 + y_{s12} \cdot (V_1 - V_2) + y_{p13} \cdot V_1 + y_{s13} \cdot (V_1 - V_3)$

مدل باس:



V_i ولتاژ باس i

I_i جریان باس i

S_i توان مختلط تزریقي (خالص) باس i (توان توليدي منهاي توان مصرفي)

روابط ولتاژ وجریان سیستم سه باسه:

پس از نوشتن KCL در هر سه باس داریم:

$$I_1 = y_{p12} . V_1 + y_{s12} . (V_1 - V_2) + y_{p13} . V_1 + y_{s13} . (V_1 - V_3)$$
$$I_2 = y_{p12} . V_2 + y_{s12} . (V_2 - V_1) + y_{p23} . V_2 + y_{s23} . (V_2 - V_3)$$
$$I_3 = y_{p13} . V_3 + y_{s13} . (V_3 - V_1) + y_{p23} . V_3 + y_{s23} . (V_3 - V_2)$$

پس ازمرتب کردن بر حسب ولتاژها داریم:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & y_{13} \\ y_{21} & y_{22} & y_{23} \\ y_{31} & y_{32} & y_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix}$$

$$y_{11} = y_{p12} + y_{p13} + y_{s12} + y_{s13}$$
$$y_{22} = y_{p12} + y_{p23} + y_{s12} + y_{s23}$$
$$y_{33} = y_{p13} + y_{p23} + y_{s13} + y_{s23}$$
$$y_{12} = y_{21} = -y_{s12}$$
$$y_{13} = y_{31} = -y_{s13}$$
$$y_{23} = y_{32} = -y_{s23}$$

خلاصه روابط ولتاژ وجريان

شكل فشرده ماتريسي: $I_{bus} = Y_{bus} . V_{bus}$

كه:

$$I_{bus} = \begin{bmatrix} I_1 \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix} \qquad Y_{bus} = \begin{bmatrix} y_{11} & \cdots & y_{1n} \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ y_{n1} & \cdots & y_{nn} \end{bmatrix} \qquad V_{bus} = \begin{bmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix}$$

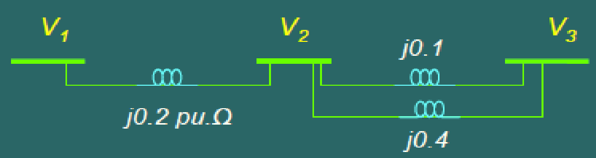
عناصر قطري = y_{ii} = (مجموع ادميتانسهاي متصل به باس i)

عناصر غير قطري = y_{ik} = (منهاي ادميتانس متصل به هر دو باس i,k)

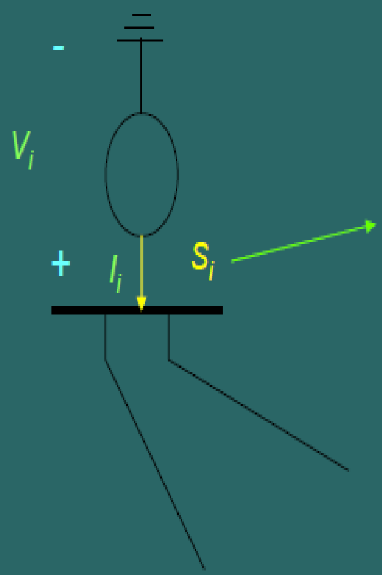
جريان تزريقي باس i: $$I_i = \sum_{k=1}^{n} y_{ik} . V_k$$

تمرين

براى سيستم قدرت شكل زير ماتريس ادميتانس را بدست آوريد.



معادلات پخش بار



$$S_i = P_i + jQ_i = V_i I_i^* = V_i\left(\sum_{k=1}^{n} y_{ik}.V_k\right)^*$$

پس از مزدوج کردن دو طرف معادله فوق
شکل مختلط معادلات پخش بار بدست مي
آيد:

$$P_i - jQ_i = V_i^*\left(\sum_{k=1}^{n} y_{ik}.V_k\right) \quad for \quad i = 1,2,\cdots,n$$

شكل حقيقي معادلات پخش بار

بيان متغيرها به شكل قطبي: $V_i = |V_i| e^{j\delta_i} \quad V_k = |V_k| e^{j\delta_k} \quad y_{ik} = |y_{ik}| e^{j\theta_{ik}}$

جايگذاري متغيرهاي قطبي در شكل مختلط معادلات پخش بار:

$$P_i - jQ_i = V_i^* \left(\sum_{k=1}^{n} y_{ik} . V_k\right) = \left(|V_i| e^{j\delta_i}\right)^* \left(\sum_{k=1}^{n} |y_{ik}| e^{j\theta_{ik}} . |V_k| e^{j\delta_k}\right)$$

پس از ساده سازي داريم :

$$P_i - jQ_i = \sum_{k=1}^{n} |V_i| . |V_k| . |y_{ik}| e^{-j(\delta_i - \delta_k - \theta_{ik})}$$

شكل حقيقي معادلات پخش بار:

$$P_i = \sum_{k=1}^{n} |V_i| . |V_k| . |y_{ik}| . \cos(\delta_i - \delta_k - \theta_{ik})$$

$$Q_i = \sum_{k=1}^{n} |V_i| . |V_k| . |y_{ik}| . \sin(\delta_i - \delta_k - \theta_{ik})$$

$$for \quad i = 1, 2, \cdots, n$$

مشخصات معادلات پخش بار

$$P_i = \sum_{k=1}^{n} |V_i|.|V_k|.|y_{ik}|.\cos(\delta_i - \delta_k - \theta_{ik})$$
$$Q_i = \sum_{k=1}^{n} |V_i|.|V_k|.|y_{ik}|.\sin(\delta_i - \delta_k - \theta_{ik})$$
$$for \quad i = 1,2,\cdots,n$$

- معادلات جبري غيرخطي هستند.
- $2n$ معادله داريم (n تعداد باسهاست).
- هر باس 4 متغير (توان اكتيو، توان راكتيو، اندازه و زاويه ولتاژ) دارد.
- پس $4n$ متغير وجود دارد.
- در هر باس دو متغير معلوم است.

انواع باسها با توجه به متغيرهاي معلوم:

نوع باس/متغير	$P_i=P_{Gi}-P_{Di}$	$Q_i=Q_{Gi}-Q_{Di}$	$\lvert V\rvert$	δ
باس مصرفي (PQ)	معلوم	معلوم	مجهول	مجهول
باس كنترل ولتاژ (PV)	معلوم	مجهول	معلوم	مجهول
باس مبنا (اسلك)	مجهول	مجهول	معلوم	معلوم

باس مصرفي (بار):

- كليه توانهاي اكتيو و راكتيو توليدي و مصرفي معلوم اند.
- اندازه و زاويه ولتاژ باس بايد توسط پخش بار تعيين شود.

باس کنترل ولتاژ (*PV*):

- اندازه ولتاژ با تزريق يا جذب توان راکتيو (Q_G) توسط يک ژنراتور و يا يک بانک خازني در يک مقدار ثابت کنترل مي شود.

$$If \quad Q_G^{\min} \le Q_G \le Q_G^{\max} \quad Then \quad |V| = |V|^{Spec}$$

باس مبنا (اسلک):

- باس اسلک توازن قدرت در شبکه را برقرار مي کند.
- هر سيستم قدرت تنها يک باس اسلک دارد.
- معمولا زاويه آن صفر و مبنا فرض مي شود.
- اندازه ولتاژ آن همواره در يک مقدار ثابت کنترل مي شود.

$$P_1 = -(P_2 + P_3 + \cdots + P_n)$$
$$V_1 = |V_1|^{Spec} \angle 0$$

انواع متغيرها از نظر رابطه علت و معلولي:

1- متغيرهاي اغتشاش : توانهاي اکتيو و راکتيو مصرف کنندگان (Q_D و P_D) هستند که توسط مصرف کنندگان تغيير مي کنند و غير قابل کنترل ما هستند.

2- متغيرهاي کنترل (مستقل) : توانهاي توليدي ژنراتورهايند که با تغيير آنها ولتاژ و توان خطوط را کنترل مي کنيم.

3- متغيرهاي حالت (وابسته) : ولتاژ باسهايند که با تغيير متغيرهاي اغتشاش و کنترل، آنها هم تغيير مي کنند و حالت سيستم را عوض مي کنند.

معادلات پخش بار براي روش گوس سايدل:

شکل مختلط معادلات پخش بار:

$$P_i - jQ_i = V_i^*\left(\sum_{k=1}^{n} y_{ik}.V_k\right) \quad for \quad i = 1,2,\cdots,n$$

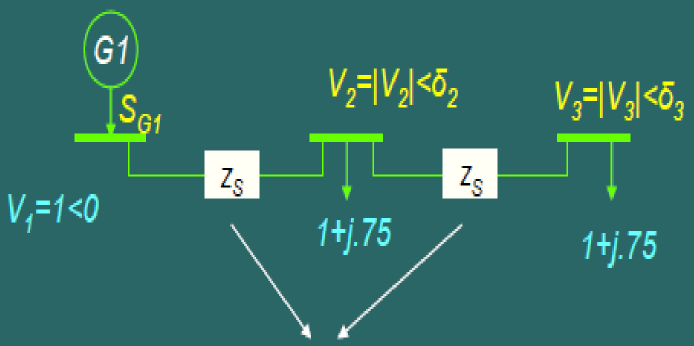
جدا کردن جمله iام از سيگما:

$$P_i - jQ_i = V_i^*\left(y_{ii}.V_i + \sum_{\substack{k=1 \\ k\neq i}}^{n} y_{ik}.V_k\right)$$

فرمول محاسبه V_i در روش GS :

$$V_i = \frac{1}{y_{ii}}\left(\frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} - \sum_{\substack{k=1 \\ k\neq i}}^{n} y_{ik}.V_k\right)$$

مثال 1-2 : پخش بار به روش گوس سایدل



$$z_s = .0132 + j.0662 \quad pu\Omega$$

ولتاژ باسهای 2 و 3 را پس از دو مرحله تکرار به روش گوس-سایدل پیدا کنید؟

حل:

محاسبه توانهای تزریقی باسها:

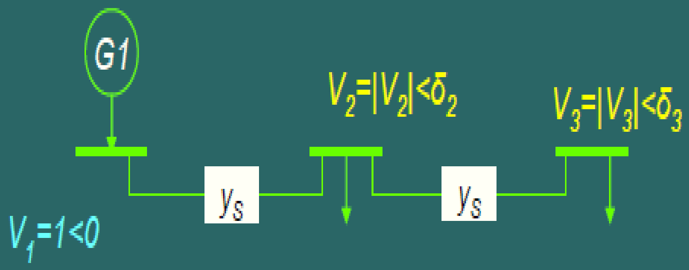
$$P_2^{sch} = P_{G2} - P_{D2} = 0 - 1 = -1$$

$$Q_2^{sch} = Q_{G2} - Q_{D2} = 0 - .75 = -.75$$

$$P_3^{sch} = P_{G3} - P_{D3} = 0 - 1 = -1$$

$$Q_3^{sch} = Q_{G3} - Q_{D3} = 0 - .75 = -.75$$

ادامه حل مثال 1-2(محاسبه ماتریس ادمیتانس باسها) :



$y_s = 1 / z_s = 1 / (.0132+j.0662) = 14.81 < -78.7$

عناصر قطری:

$y_{11} = y_{33} = y_s = 14.81 < -78.7$

$y_{22} = 2\, y_s = 29.62 < -78.7$

عناصر غیر قطری:

$y_{12} = y_{21} = y_{23} = y_{32} = -y_s = 14.81 < (-78.7+180) = 14.81 < 101.3$

$y_{13} = y_{31} = 0$

ادامه حل مثال 1-2(تکرار اول) :

مقادیر پیش فرض ولتاژ: $V_2=V_3=1<0$ $\quad$ $V_1=|V_1|^{spec}<0=1<0$

$$V_i = \frac{1}{y_{ii}}\left(\frac{P_i^{sch} - jQ_i^{sch}}{V_i^*} - \sum_{\substack{k=1\\k\neq i}}^{n} y_{ik}.V_k\right)$$

$$V_2 = \frac{1}{y_{22}}\left(\frac{P_2^{sch} - jQ_2^{sch}}{V_2^*} - \sum_{\substack{k=1\\k\neq 2}}^{3} y_{2k}.V_k\right) = \frac{1}{y_{22}}\left(\frac{P_2^{sch} - jQ_2^{sch}}{V_2^*} - y_{21}.V_1 - y_{23}.V_3\right)$$

$$V_2 = \frac{1}{29.64<-78.69}\left(\frac{-1-j(-.75)}{(1<0)^*} - (14.81<101.3).(1<0) - (14.81<101.3).(1<0)\right) = 0.96897<-1.66$$

$$V_3 = \frac{1}{y_{33}}\left(\frac{P_3^{sch} - jQ_3^{sch}}{V_3^*} - \sum_{\substack{k=1\\k\neq 3}}^{3} y_{3k}.V_k\right) = \frac{1}{y_{33}}\left(\frac{P_3^{sch} - jQ_3^{sch}}{V_3^*} - y_{31}.V_1 - y_{32}.V_2\right)$$

$$V_3 = \frac{1}{14.81<-78.71}\left(\frac{-1-j(-.75)}{(1<0)^*} - (0\times(1<0) - (14.81<101.3).(0.96897<-1.66)\right) = 0.909616<-5.32$$

ادامه حل مثال 1-2 :

بررسی همگرائی:

$$\Delta V_2=\left|V_2^{new}\right|-\left|V_2^{old}\right|=0.96897-1=-.03103$$

$$\Delta V_3=\left|V_3^{new}\right|-\left|V_3^{old}\right|=0.909616-1=-.09038$$

$$\left\|\Delta V\right\|=0.09038>\varepsilon=0.0005$$

تکرار دوم :

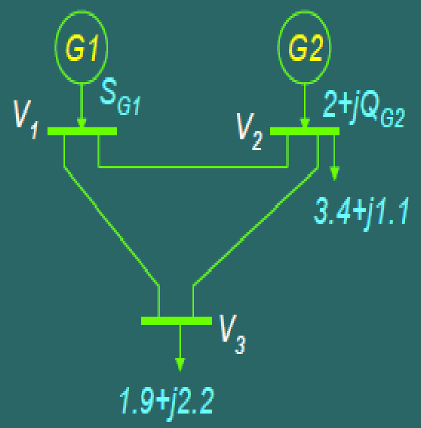
مقادیر ولتاژها: $V_2=0.96897<-1.66$ $V_1=|V_1|^{spec}<0=1<0$

$V_3=0.909616<-5.32$

جواب های نهائی بعد از 22 تکرار :

$V_1=|V_1|^{spec}<0=1<0$ $V_2=0.8214<-7.8779^\circ$ $V_3=0.7319<-13.2509^\circ$

مثال 1-3: پخش بار به روش گوس سایدل با باس PV



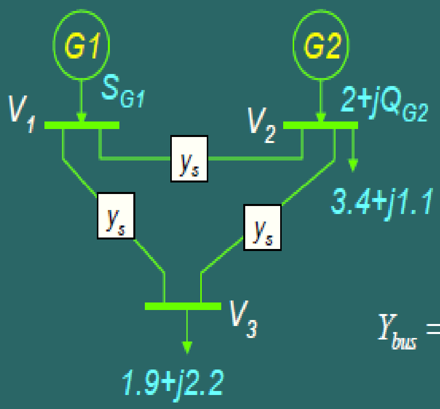
در سیستم قدرت فوق ادمیتانسهای مدل پی تمام خطوط عبارتند از :

$y_s = -j8.7 \quad y_p = 0$

باس 1، باس مبنا با ولتاژ $V_1 = 1.02 < 0$

باس 2، از نوع PV با $|V_2|^{spec} = 1.01$ برای $1 \leq Q_{G2} \leq 2$

ولتاژ باسهای 2 و 3 را پس از یک مرحله تکرار به روش گوس-سایدل پیدا کنید؟



حل مثال 1-3 :

محاسبه ماتریس ادمیتانس باسها:

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} 2y_s & -y_s & -y_s \\ -y_s & 2y_s & -y_s \\ -y_s & -y_s & 2y_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -j17.4 & j8.7 & j8.7 \\ j8.7 & -j17.4 & j8.7 \\ j8.7 & j8.7 & -j17.4 \end{bmatrix}$$

محاسبه توانهای تزریقی باسها:

$$P_2^{sch} = P_{G2} - P_{D2} = 2 - 3.4 = -1.4$$

$$P_3^{sch} = P_{G3} - P_{D3} = 0 - 1.9 = -1.9$$

$$Q_3^{sch} = Q_{G3} - Q_{D3} = 0 - 2.2 = -2.2$$

$$1 \le Q_{G2} \le 2$$

$$\downarrow$$

$$1 - 1.1 \le Q_2^{Sch} = Q_{G2} - Q_{D2} \le 2 - 1.1$$

$$\downarrow$$

$$-0.1 \le Q_2^{Sch} \le 0.9$$

ادامه حل مثال 1-3 : تکرار اول:

$V_1 = 1.02 < 0 \qquad V_2 = |V_2|^{spec} < 0 = 1.01<0 \qquad V_3 = 1 < 0$

$$f_{q2}^{(0)} = \sum_{k=1}^{n} |y_{2k}||V_2||V_k| \sin(\delta_2 - \delta_k - \theta_{2k})$$

$$= |y_{21}||V_2||V_1|.\sin(\delta_2-\delta_1-\theta_{21}) + |y_{22}||V_2||V_2|.\sin(\delta_2-\delta_2-\theta_{22}) + |y_{23}||V_2||V_3|.\sin(\delta_2-\delta_3-\theta_{23})$$

$$= 8.7\times1.01\times1.02\times\sin(0-0-90) + 17.4\times1.01\times1.01\times\sin(0-0+90) + 8.7\times1.01\times1\times\sin(0-0-90)$$

$$=0$$

چون $-0.1<f_{q2}=0<0.9$ در بازه Q_2^{sch} قرار دارد بنابراین: $Q_2^{sch}=f_{q2}^{(0)} = 0$

$$V_2 = \frac{1}{y_{22}}\left(\frac{P_2^{sch} - jQ_2^{sch}}{V_2^*} - \sum_{\substack{k=1\\k\neq 2}}^{3} y_{2k}.V_k\right)$$

$$= \frac{1}{y_{22}}\left(\frac{P_2^{sch} - jQ_2^{sch}}{V_2^*} - y_{21}.V_1 - y_{23}.V_3\right)$$

$$= \frac{1}{-j17.4}\left(\frac{-1.4 - j0}{1.01 < 0} - (j8.7)(1.02 < 0) - (j8.7)(1 < 0)\right) = 1.0131 < -4.51^\circ$$

ادامه حل مثال 1-3 :

بنابراین $V_2 = |V_2|^{spec} < -4.51 = 1.01 < -4.51$

$$V_3 = \frac{1}{y_{33}}\left(\frac{P_3^{sch} - jQ_3^{sch}}{V_3^*} - \sum_{\substack{k=1 \\ k\neq 3}}^{3} y_{3k}.V_k\right)$$

$$= \frac{1}{y_{33}}\left(\frac{P_3^{sch} - jQ_3^{sch}}{V_3^*} - y_{31}.V_1 - y_{32}.V_2\right)$$

$$= \frac{1}{-j17.4}\left(\frac{-1.9 - j(-2.2)}{1.0 < 0} - (j8.7)(1.02 < 0) - (j8.7)(1.01 < -4.51)\right) = 0.8896 < -9.64^{\circ}$$

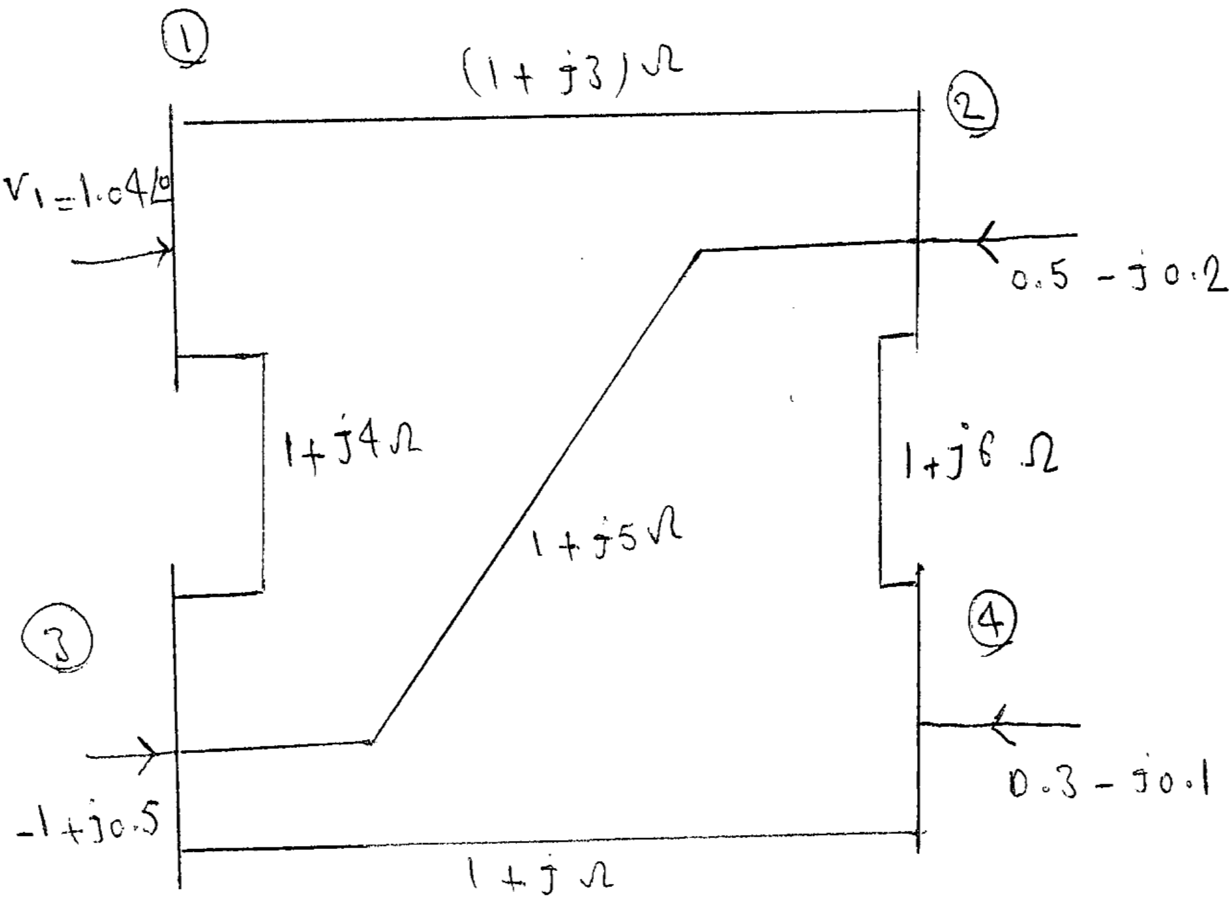
ولتاژ باسها پس از یک مرحله تکرار:

$V_1 = 1.02 < 0$ $\quad$ $V_2 = 1.01 < -4.51$ $\quad$ $V_3 = 0.8896 < -9.64$

حل تمرین:یک

دانشجویان گرامی تمرین زیر را حل کرده و در اولین جلسه تشکیل کلاس تحویل فرمایید و جزء نمره فعالیت کلاسی محسوب می گردد. در غیر این صورت نمره کلاسی نخواهید داشت.

۱-شبکه سیستم قدرت زیر در نظر گرفته و مقدار ولتاژ باس V2 را با دو تکرار به روش گوس سایدل بدست آورید.



با آرزوی صحت و سلامتی و شاد کامی ریشه کنی ویروس کرونا

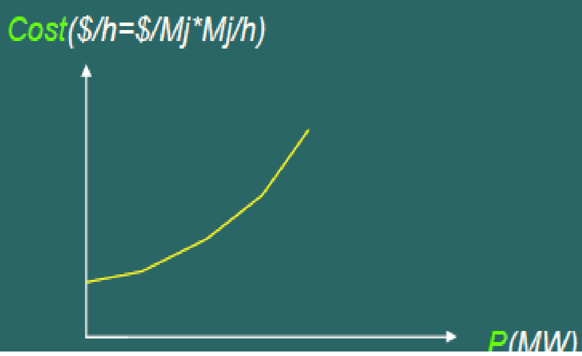
فصل دوم: پخش بار اقتصادی

در پخش بار اقتصادی هدف آن است که سیستم قدرت بطریقی بهره برداری شود که همه بارها با حداقل هزینه تامین شوند.

تابع هزینه:

هزینه متغیر (سوخت) + هزینه ثابت = هزینه کل

- در نیروگاههای آبی با تغییر توان تولیدی ژنراتورها، هزینه تولید تغییر نمی نماید.
- در نیروگاههای حرارتی، با افزایش توان تولیدی ژنراتورها، سوخت و در نتیجه هزینه افزایش می یابد.
- تابع هزینه یک واحد حرارتی معمولا بصورت یک معادله درجه 2 مدلسازی می شود:



$$C = \alpha + \beta.P + \gamma.P^2$$

مساله پخش بار اقتصادی:

تابع هدف :
$$Minimize \quad C=\sum_{i=1}^{n} C_i(P_{Gi})$$

قید تساوی :
$$\sum_{i=1}^{n} P_{Gi}-\sum_{i=1}^{n} P_{Di}-P_{Loss}=0$$

قیود نامساوی :
$$P_{Gi\,\min}\le P_{Gi}\le P_{Gi\,\max} \qquad i=1,2,\cdots,n$$

توانهای تولیدی ژنراتور (P_{Gi}) ها را باید تعیین کنیم.

مساله پخش بار اقتصادی با صرفنظر از تلفات و قیود نامساوی:

-اگر طول خطوط کوتاه باشند می توان از تلفات خطوط صرفنظر کرد.
- فرض می کنیم P_{Gi} هر مقداری می توانند باشند، یعنی قیود نامساوی وجود ندارند.
- بنابراین مساله پخش بار اقتصادی بصورت زیر ساده می شود.

$$Minimize \qquad C=\sum_{i=1}^{n} C_i(P_{Gi})$$

$$\sum_{i=1}^{n} P_{Gi}-\underbrace{\sum_{i=1}^{n} P_{Di}}_{P_D}=0$$

حل مساله پخش بار اقتصادی با صرفنظر از تلفات و قیود نامساوی:

از روش لاگرانژ استفاده می کینم. برطبق این روش تابع هدف هزینه تعمیم یافته را بصورت زیر تعریف می کنیم:

$$C^* = \underbrace{C}_{\sum_{k=1}^{n} C_k(P_{Gk})} - \lambda\left(\sum_{k=1}^{n} P_{Gk} - P_D\right)$$

- λ را ضریب لاگرانژ گویند.

- شرط کمینه بودن C^* آن است که مشتق جزئی آن نسبت به تمام متغیر های آن یعنی P_{Gi} و λ صفر باشند:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial C^*}{\partial P_{Gi}} = \dfrac{\partial C_i(P_{Gi})}{\partial P_{Gi}} - \lambda = 0 \quad \Rightarrow \quad \lambda = \dfrac{\partial C_i(P_{Gi})}{\partial P_{Gi}} = IC_i \\ \dfrac{\partial C^*}{\partial \lambda} = 0 \quad \Rightarrow \quad \sum_{i=1}^{n} P_{Gi} - P_D = 0 \end{cases}$$

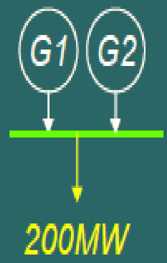
IC_i را هزینه افزایشی تولید واحد i گویند.

بنابراین : شرط بهینه بودن پاسخ آن است که اولا هزینه افزایشی تمام واحدها یکسان برابر باشند $(IC_1 = IC_2 = \dots = IC_n)$. ثانیا شرط تساوی برقرار باشد.

مثال 2-1: پخش بار اقتصادی :

توابع هزینه افزونی دو واحد در یک نیروگاه بصورت زیر است. در صورتیکه مجموع بار مصرفی نیروگاه 200 مگاوات باشد، توزیع اقتصادی بار را بین دو ژنراتور بدست آورید.

$$IC_1 = 750 + 0.8\,P_{G1}$$
$$IC_2 = 600 + P_{G2}$$



حل:

$$\begin{cases} IC_1 = \lambda \;\Rightarrow\; 750 + 0.8P_{G1} = \lambda \;\Rightarrow\; P_{G1} = \dfrac{\lambda - 750}{0.8} \\ IC_2 = \lambda \;\Rightarrow\; 600 + P_{G2} = \lambda \;\Rightarrow\; P_{G2} = \lambda - 600 \\ P_{G1} + P_{G2} - P_D = 0 \;\Rightarrow\; \dfrac{\lambda - 750}{0.8} + \lambda - 600 = 200 \;\Rightarrow\; \lambda = 772.22 \end{cases}$$

$$\lambda = 772.2$$

$$\begin{cases} P_{G2} = \lambda - 600 = 772.22 - 600 = 172.22 \\ P_{G1} = \dfrac{\lambda - 750}{0.8} = \dfrac{772.22 - 750}{0.8} = 27.78 \end{cases}$$

در نظر گرفتن قیود نامساوی در پخش بار اقتصادی :

با یک مثال توضیح می دهیم.

مثال 2-2) توابع هزینه افزونی سه نیروگاه بصورت زیر است. در صورتیکه مجموع بار مصرفی سه نیروگاه 200 مگاوات باشد، توزیع اقتصادی بار را بین سه نیروگاه بدست آورید.

$P_{G1} = 50\, IC_1 - 30 \qquad 10\ Mw \le P_{G1} \le 70\ Mw$

$P_{G2} = 40\, IC_2 - 20 \qquad 10\ Mw \le P_{G2} \le 60\ Mw$

$P_{G3} = 70\, IC_3 - 10 \qquad 30\ Mw \le P_{G3} \le 90\ Mw$

حل:

$$IC_1 = IC_2 = IC_3 = \lambda$$

$$\begin{cases} P_{G1} = 50\lambda - 30 \\ P_{G2} = 40\lambda - 20 \\ P_{G3} = 70\lambda - 10 \\ P_{G1} + P_{G2} + P_{G3} = P_D \end{cases}$$

$$\lambda = 2 \;\Rightarrow\; \begin{cases} P_{G1} = 50\times 2 - 30 = 70 \\ P_{G2} = 40\times 2 - 20 = 60 \\ P_{G3} = 70\times 2 - 10 = 130 > P_{G3}^{max} = 90 \;\Rightarrow\; P_{G3} = P_{G3}^{max} = 90 \end{cases}$$

$$\sum P_G = 70 + 60 + 90 = 220 > P_D = 200$$

ادامه حل:

$$\lambda=1.5 \Rightarrow \begin{cases} P_{G1}=50\times1.5-30=45 \\ P_{G2}=40\times1.5-20=40 \\ P_{G3}=70\times1.5-10=95>P_{G3}^{\max}=90 \Rightarrow P_{G3}=P_{G3}^{\max}=90 \end{cases}$$

$$\sum P_G=45+40+90=175<P_D=200$$

λ	$\sum P_G$
2	220
1.5	175
λ	200

$$\Rightarrow \frac{\lambda-1.5}{200-175}=\frac{1.5-2}{175-220} \Rightarrow \lambda=1.778$$

$$\lambda=1.778 \Rightarrow \begin{cases} P_{G1}=50\times1.778-30=58.9 \\ P_{G2}=40\times1.778-20=51.12 \\ P_{G3}=70\times1.778-10=114.46>P_{G3}^{\max}=90 \Rightarrow P_{G3}=P_{G3}^{\max}=90 \end{cases}$$

$$\sum P_G=58.9+51.12+90=200.02\cong P_D=200$$

$$P_{G1}^{opt}=58.9 \quad P_{G2}^{opt}=51.12 \quad P_{G3}^{opt}=90$$

حل مساله فوق از روش مستقیم:

$$IC_1=IC_2=IC_3=\lambda$$

$$\begin{cases} P_{G1}=50\lambda-30 \\ P_{G2}=40\lambda-20 \\ P_{G3}=70\lambda-10 \\ P_{G1}+P_{G2}+P_{G3}=P_D \end{cases}$$

$$P_{G1}+P_{G2}+P_{G3}=P_D$$

$$(50\lambda-30)+(40\lambda-20)+(70\lambda-10)=200$$

$$160\lambda=260$$

$$\lambda=1.625$$

$$\begin{cases} P_{G1}=50\lambda-30=50(1.625)-30=51.25 & \text{در محدوده مجاز است. } P_{G1} \\ P_{G2}=40\lambda-20=40(1.625)-20=45 & \text{در محدوده مجاز است. } P_{G2} \\ P_{G3}=70\lambda-10=70(1.625)-10=103.75>P_{G3}^{\max}=90 \Rightarrow P_{G3}=90 \end{cases}$$

ادامه حل مساله فوق از روش مستقیم:

$$P_{G3} = 90MW$$
$$P_D' = 200 - 90 = 110$$
$$P_{G1} + P_{G2} = P_D'$$
$$(50\lambda' - 30) + (40\lambda' - 20) = 110$$
$$90\lambda = 160$$
$$\lambda' = 1.778$$

$$\begin{cases} P_{G1} = 50\lambda' - 30 = 50(1.778) - 30 = 58.9 \\ P_{G2} = 40\lambda' - 20 = 40(1.778) - 20 = 51.12 \end{cases}$$

P_{G1} در محدوده مجاز است.

P_{G2} در محدوده مجاز است.

$$P_{G1}^{opt} = 58.9 \quad P_{G2}^{opt} = 51.12 \quad P_{G3}^{opt} = 90$$

حل تمرین:دو

دانشجویان گرامی تمرین زیر را حل کرده و در اولین جلسه تشکیل کلاس تحویل فرمایید و جزء نمره فعالیت کلاسی محسوب می گردد. در غیر این صورت نمره کلاسی نخواهید داشت.

اگر هزینه افزایشی سیستم قدرتی با ضریب لاگرانژ(λ =12۰۰) و کل بار مصرفی $P_{D=500MW}$ به شرح ذیل باشد مطلوبست محاسبه قدرت بهینه اقتصادی هریک از ژنراتور ها؟

$$(IC)_{۱} = ۹۳۰ + ۴/۱P_{۱}$$
$$(IC)_{۲} = ۷۶۰ + ۳/۱P_{۲}$$
$$(IC)_{۳} = ۸۱۰ + ۲/۹P_{۳}$$

با آرزوی توفیق و سلامتی شما دانشجویان عزیز